ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO

PRECÁLCULO
OPERACIONES CON EXPONENTES Y LOGARITMOS

---

1. Simplificar las siguientes expresiones.

a. $\left(\dfrac{-27^{3}(-3)^{5}(-81)^{2}}{(729)^{4}\left(2^{5}-5\right)}\right)^{-\frac{3}{2}}$

b. $3\left(\dfrac{1}{2}\right)^{4}-2\left(\dfrac{1}{2}\right)^{3}+5\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2}-4\left(\dfrac{1}{2}\right)+1$

c. $\left(2\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{2}\right)\left(-2\sqrt{5}\right)$

d. $-5^{2}\,(-5)^{2}\,(-5)^{3}$

e. $\dfrac{4^{-2}+4^{-1}}{4^{2}}$

f. $\dfrac{1}{2}\sqrt{12}-\dfrac{1}{3}\sqrt{18}+\dfrac{3}{4}\sqrt{48}+\dfrac{1}{6}\sqrt{72}$

g. $\boldsymbol{xy}^{-\frac{2}{3}}(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y})^{2}\left(\boldsymbol{x}^{-1}+\boldsymbol{y}^{-1}\right)^{-2}\left(\boldsymbol{y}^{5}\boldsymbol{x}^{3}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\boldsymbol{xy}^{-\frac{1}{8}}\boldsymbol{x}^{\frac{2}{5}}\right)^{0}$

2. Simplificar y escribir como un producto de potencias:

$$(-2)^{5}\times(-3)^{6}\times(-2)^{-7}\times(-3)^{-5}\times(-6)^{7}\times(-4)^{-5}$$

3. Escribir en forma exponencial

a. $\log_{5}125=3$

b. $\log_{8}1=0$

c. $\log_{3}81=4$

d. $\log_{\frac{1}{2}}16=-4$

e. $\log_{\frac{1}{3}}27=-3$

f. $\log_{16}4=\dfrac{1}{2}$

g. $\ln \boldsymbol{e}=1$

h. $\log_{125}\left(\dfrac{1}{5}\right)=-\dfrac{1}{3}$

4. Escribir en forma logarítmica:

a. $64=8^{2}$

b. $9=27^{\frac{2}{3}}$

c. $8=4^{\frac{3}{2}}$

d. $1=\boldsymbol{e}^{0}$

e. $\dfrac{1}{8}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{3}$

f. $11=\sqrt{121}$

g. $7=\sqrt{49}$

h. $\dfrac{1}{16}=4^{-2}$

i. $0{,}1353=\boldsymbol{e}^{-2}$

j.

5. Resolver:

a. $\log_{6}36$

b. $\log_{10}0{,}001$

c. $\log_{6}\dfrac{1}{36}$

d. $\log_{2}\sqrt[5]{2^{3}}$

e. $\log_{9}3$

f. $\log_{2}\sqrt{32}$

g. $\log_{2}8+\log_{3}9$

h. $\log 100+\log_{2}8-2\log_{3}27+\log 1$

i. $\log_{2}64+\log_{8}64-\log_{4}64$

j. $\log_{5}10+\log_{5}20-3\log_{5}2$

6. Simplificar:

a. $\log_2\left(\dfrac{\sqrt[3]{4}\,\sqrt{2\sqrt[5]{16}}}{\sqrt{2}}\right)-\log_{\frac{1}{2}}\sqrt[3]{\dfrac{4}{\sqrt{2}}}+\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}\left(9\sqrt[3]{3}\right)$

b. $\dfrac{\ln(216)}{\ln(36)}$

7. Exprese $\log_4 30-\log_4 5+\log_2 8-\ln\left(\dfrac{1}{16}\right)-\log_4(3)-\dfrac{7}{2}$ en términos de $\ln(2)$

8. Cual es la relación entre $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$, si al simplificar la expresión $\dfrac{10\boldsymbol{t}^{\boldsymbol{a}}}{15^{\boldsymbol{b}-1}}$, obtenemos $\dfrac{2}{3}\boldsymbol{t}$

9. Encontrar el conjunto solución de:

a. $\log_t 2+\log_t 4=1$

b. $3^{2x-1}=17$

c. $2^{3x+1}=32$

d. $3^{2x}-5\times 3^{x}+4=0$

e. $3^{4-x}=27^{2-x}$

f. $4\sqrt{2^4}=2^{3x}$

g. $\ln x=-3$

h. $\ln\left(x^2-9\right)-2\ln(x-3)-\ln(x+3)=0$

i. $\log_{3x}18=\log_4 8$

j. $\log(2x+8)=1+\log(x-4)$

k. $\left(\dfrac{5}{9}\right)^{2x-7}=\sqrt[3]{\left(\dfrac{5}{9}\right)^{1-3x}}$

l. $9^x\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2-3x}=\sqrt{27^x}\,\sqrt[3]{81^{x+3}}$

m. $25^{x+2}-5^{x+3}=375$

n. $\log_2\left(4^x+4\right)=x+\log_2\left(2^{x+1}-3\right)$

o. $\log(x+4)=1-\log(x-5)$

p. $\log_{\frac{\sqrt{3}}{3}}\left(\sqrt[4]{3}\right)=x$

q. $\log_x\left(\sqrt[3]{7}\right)=\dfrac{2}{3}$

r. $b^{4x-9}=b^{16x-15}\cdot b^{9x-25}$ (b es una constante)

s. $5^{2x-3}=2^{2-4x}$

t. $\log(x-a)-\log(x+a)=\log x-\log(x-a)$ (a es una constante)

u. $\log_6(x+1)=\log_6(1-x)+\log_6(2x+3)$

v. $\log^2 x-3\log x=2$

10. Ordenar de mayor a menor

a. $\ln\dfrac{1}{3}$ $\quad\log_3\dfrac{1}{3}$ $\quad\log\dfrac{1}{3}$

b. $\ln 3$ $\quad\log 3$ $\quad\log_2 3$

11. Expresar y como función de x

a. $\log_3 y=4\log_3 2x$

b. $\log_3 6y=\log_3 9x+\log_3 6$

12. Si $\log 20=1{,}3011$ calcule

a. $\log 2$

b. $\log 200$

c. $\log 0{,}5$

13. Si $\log 2=0{,}30$ $\quad\log 3=0{,}50$ calcular:

a. $\log 2\sqrt{2}$

b. $\log 216$

c. $\log\sqrt{6}$

14. Encontrar el valor de x $\log_a x = \frac{2}{3}\log_a 27 + 2\log_a 2 - \log_a 3$ con a > 0

15. Relacione las siguientes columnas:

1	$\ln x < 0$	a	$x < 0$
2	$\ln x = 0$	b	$x = 0$
3	$\ln x > 0$	c	$x > 0$
4	$0 < e^x < 1$	d	$0 < x < 1$
5	$e^x = 1$	e	$x = 1$
6	$e^x > 1$	f	$x > 1$

16. Resolver la siguiente ecuación $25^{\log_5 2x} = 16^2$

17. Diga si es falso o verdadero: si $\ln(x) = \ln(5) + \ln(8)$, entonces, $x = e^5 + e^8$

18. Diga si es Falso o Verdadero. Justifique su respuesta:

a. $3^x 3^y = 9^{x+y}$ **b.** $3^{x^2} = \left(3^x\right)^2$ **c.** $3^{-x} = \left(3^x\right)^{-1}$

d. $3^{|x|} = \left|3^x\right|$ **e.** $e^x + e^{-x} = e^0$ **f.**