

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERIA

PRIMER ENCUENTRO NACIONAL

DE INGENIEROS DE SUELOS Y ESTRUCTURAS

SANTA FE DE BOGOTA, D.C., SEPTIEMBRE 4, 5 Y 6 DE 1991

CIMENTACIONES DE EQUIPOS VIBRANTES

ING. SERGIO LONDONO KORGI*

0. INTRODUCCION

El análisis y diseño de estructuras y cimentaciones sometidas a la acción de fuerzas vibratorias comprenden un conjunto de actividades complejo puesto que existe interacción entre la ingeniería estructural, la geotécnica y la teoría de vibraciones. Estas cimentaciones pueden ser diseñadas como bloques masivos, en concreto con o sin refuerzo, no mostrando aparentemente diferencia con fundaciones diseñadas para cargas estáticas. En la práctica usual de ingeniería de diseño, se evita por lo general hacer énfasis en la investigación teórica debido en cierta forma a que las investigaciones sobre bloques de concreto masivo no conducen hacia el aumento de la cantidad de refuerzo, puesto que las cuantías de acero están normalmente gobernadas por los requisitos mínimos que exigen los códigos. Aún en ocasiones en que se dispone de tecnología para llevar a cabo un estudio teórico exacto, éste se ve limitado por factores económicos, falta de equipos de computación adecuados o por prácticas de diseño tradicionales las cuales se fundamentan en análisis aproximados y diseños conservadores. Sin embargo en los últimos años se han desarrollado metodologías que facilitan el proceso de análisis dinámico de estructuras y fundaciones sometidos a cargas vibrantes periódicas, especialmente debido a que se tiene mucho mejor conocimiento del comportamiento de los materiales ante el tipo de cargas aplicadas.

Desafortunadamente con frecuencia el ingeniero diseñador se ve limitado a utilizar la poca información que proporciona

* Ingeniero Civil, Escuela Colombiana de Ingeniería, Bogotá, Colombia. Master of Science, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, N.Y., U.S.A. Curso de Postgrado en Ingeniería Sísmica, IISKE, BRI, Tsukuba, Japón. Actualmente Ingeniero Asistente de Dirección, Ingetec, S.A. Profesor de Cátedra Universidad Nacional de Colombia. Profesor de Cátedra Universidad de los Andes.

el fabricante de los equipos, constituyéndose en una paradoja el que se dedique una gran cuota de esfuerzo para diseñar la cimentación de un equipo, el cual finalmente resulta proporcionado en forma bastante conservadora, debido a la gran cantidad de suposiciones que fue necesario adoptar.

1. FUNDAMENTO TEORICO

Las vibraciones que se generan durante la operación de una máquina producen efectos que, sumados a la acción de las fuerzas estáticas, deben tenerse en cuenta cuando se va a diseñar su fundación. Sin embargo, en ocasiones el tamaño del equipo es pequeño y no se necesita aplicar la teoría de las vibraciones sino simplemente diseñar su fundación para fuerzas estáticas equivalentes. Por esta razón es necesario decidir cuál tipo de análisis es el más adecuado desde el doble punto de vista práctico y de representación real del problema. Además de tener conocimiento de la teoría de vibraciones, el diseñador necesita conocer técnicas para modelar problemas mecánicos, tener claros los conceptos de la dinámica de suelos y saber utilizar programas de computador.

La geometría de las fundaciones para equipos está normalmente gobernada por los requerimientos del fabricante de las máquinas. Sin embargo se debe atender también requisitos espaciales tales como interferencia con la cimentación de edificios vecinos, cruce de tuberías cercanas o consideraciones geotécnicas. Después de tener definida la geometría básica de la fundación, se debe efectuar el análisis vibratorio cuyo procedimiento usual es definir un modelo matemático que represente la situación física. Este modelo involucra una masa puntual, un resorte elástico y un amortiguador por cada grado de libertad considerado, los cuales se utilizarán para evaluar la respuesta dinámica del sistema ante cargas oscilatorias. La teoría mejor desarrollada actualmente se encuentra para sistemas con distribución de masa y características elásticas conocidas. Estos sistemas son capaces de vibrar en su propia frecuencia natural, una de las principales características dinámicas que se busca encontrar en un análisis. Normalmente se efectúan análisis considerando comportamiento lineal elástico de los materiales, lo cual es cierto que suceda para valores bajos de deformación y por tanto de niveles de esfuerzo en los materiales. Sin embargo para valores de amplitud de oscilación altos, los materiales constituyentes de las estructuras comienzan a comportarse inelásticamente, razón por la cual se debe recurrir a análisis no lineales, cuyo tratamiento matemático no es fácil de aplicar.

Para formular matemáticamente un sistema se deben calcular sus parámetros mecánicos tales como la masa equivalente m , la constante de resorte equivalente k , el amortiguamiento equivalente C , y la función fuerza equivalente $F(t)$. La masa equivalente se halla concentrando la masa solamente en aquellos puntos donde actúa la fuerza dinámica y donde se requiere la respuesta dinámica. La técnica para hallar la masa concentrada consiste en igualar la energía cinética de los sistemas real y equivalente. La constante de resorte de un sistema equivalente se halla igualando la resistencia a deformación del prototipo y del modelo matemático. El amortiguamiento del sistema equivalente está asociado con

la velocidad. Por lo general éste parámetro está dado como una combinación de la distribución de la masa y de la rigidez. La función fuerza equivalente se halla igualando el trabajo efectuado por la fuerza real en el sistema real, al trabajo que efectúa una fuerza concentrada sobre el grado de libertad en consideración en el sistema equivalente. El modelo matemático puede entonces formularse en términos de la siguiente ecuación, llamada de equilibrio dinámico

$$m \ddot{y} + C \dot{y} + k y = F(t) \quad (\text{ec. 1})$$

la cual es una ecuación lineal diferencial no homogénea de segundo orden con coeficientes constantes cuya solución incluye dos partes: vibraciones libres o temporales y vibraciones forzadas o de estado permanente o estable. La Gráfica No. 1 muestra la representación simple del sistema mecánico vibratorio equivalente. La solución de la ecuación homogénea proporciona las características dinámicas del sistema, tales como la frecuencia natural ω_n , la frecuencia natural amortiguada ω_d , el coeficiente de amortiguamiento crítico γ , y el movimiento temporal del sistema, discriminado este último por modos de vibración. La solución particular de la ec. 1 es llamada solución permanente o estable, o solución al movimiento vibratorio forzado, la cual refleja la influencia de la función fuerza. La excitación periódica, que puede consistir también en un desplazamiento, puede tener diferentes formas, tales como rectangular, triangular, armónica, o ser grupos de pulsos. Su aplicación puede ser en la base o en cualquier nivel del sistema donde exista un grado de libertad.

La causa más frecuente para la generación de vibraciones en sistemas mecánicos que sirven de apoyo a equipos es la excitación interna causada por condiciones de desbalance en las máquinas. Otra causa es la vibración producida por algún sistema vibrante cercano. En general toda función excitadora periódica puede ser descompuesta en series de componentes armónicos dados según las series de Fourier y así mismo la respuesta del sistema puede ser expresada en función de estas series. Lo anterior se resume en que el análisis de un sistema mecánico sometido a la acción de cargas dinámicas periódicas puede llevarse a cabo tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia.

Si la fuerza aplicada es armónica, tal como se representa por el equipo mostrado esquemáticamente en la Gráfica 2,

$$F(t) = F_0 \sin \omega t$$

donde F_0 es la amplitud de la excitación y ω es la frecuencia a la cual se aplica la excitación, la solución particular de la ec. 1 será de la forma

$$y = \frac{F_0(k - m\omega^2) \sin \omega t - F_0 C \omega \cos \omega t}{(k - m\omega^2)^2 + (C\omega)^2}$$

En forma alterna este resultado se puede expresar como la relación de la amplitud de la respuesta en estado estable Y , a la amplitud estática, como sigue

$$M = \frac{Y}{(F_0/k)} = \frac{1}{\sqrt{(1 - B^2)^2 + (2\gamma B)^2}}$$

Esta relación es llamada factor dinámico de magnificación de respuesta M , la cual está mostrada en la Gráfica No. 3. B es la relación de la frecuencia excitadora w a la frecuencia natural del sistema w_n . Se puede observar que para valores de la relación de frecuencias B inferiores a 0.4, es decir, donde la frecuencia de aplicación de la carga es inferior al 40% de la frecuencia natural del sistema, la amplitud de la respuesta es insensible a la frecuencia aplicada, es decir, se puede adoptar la solución estática del problema. Se observa también en dicha Gráfica como la influencia del amortiguamiento es bastante importante para valores de B cercanos a 1, es decir, en condiciones de resonancia. La disipación de energía, representada por el amortiguamiento, juega un papel primordial en la amplitud de la respuesta.

Si la fuerza que se aplica al sistema proviene del desbalance interno de masas rotacionales, lo cual se produce en equipos centrifugos y máquinas reciprocantes, como esquemáticamente muestra la Gráfica No. 4, ésta será de la forma

$$F(t) = m e w^2 \text{ sen } wt$$

donde m es la masa en desbalance y e es la excentricidad de esta masa con respecto al eje real de rotación. Un tratamiento similar al caso anterior donde la fuerza era independiente de la frecuencia, conduce a la siguiente expresión del factor de magnificación dinámica de la respuesta,

$$M = \frac{Y B^2}{(mew^2/k)} = \frac{B^2}{\sqrt{(1-B^2)^2 + (2\zeta B)^2}}$$

La Gráfica No. 5 muestra la forma de esta relación en función de la relación de frecuencias B . Se observa como para valores bajos de B la amplitud de la respuesta decae en forma importante, en tanto que para valores altos de la frecuencia de excitación no se produce reducción de la respuesta dinámica del sistema. En esta nueva situación son válidos los comentarios anteriores respecto al importante papel que juega el amortiguamiento para valores de la relación de frecuencias B cercano a 1.

2. PREDIMENSIONAMIENTO

Con el objeto de diseñar la fundación de una máquina vibrante se debe tener en cuenta tanto las características del equipo como el tipo de cimentación a utilizar y las propiedades del suelo de fundación. Dentro de las características del equipo se requiere conocer: los planos generales de su geometría, la función que desempeña la máquina dentro del proceso industrial, el peso del equipo y de sus componentes móviles, la localización espacial del centro de gravedad, los rangos de velocidad del equipo y de sus componentes, la magnitud y dirección de las fuerzas en desbalance y sus puntos de aplicación, los límites admisibles para asentamiento de la cimentación y requerimientos especiales de fundación. Todos los factores físicos y mecánicos deben ser tenidos en cuenta. Sin embargo aquellos más críticos, cuya variación afecta en forma importante el comportamiento general del sistema

deben ser afectados por factores de seguridad más altos, de tal forma que quede cubierto dentro del diseño el rango total de variabilidad de tales parámetros.

Uno de los objetivos más claros para llevar a cabo un diseño óptimo es el de evitar que la cimentación y los equipos vibrantes entren en fase de resonancia, esto es, que llegue a coincidir la frecuencia natural de la cimentación con la frecuencia de operación del equipo. Si se tiene la sospecha de que éste es el caso, se debe recurrir a variar la masa o la rigidez de la cimentación, y para llegar a lo cual por lo general se debe variar la geometría externa. Así que durante el predimensionamiento se debe pensar en una posible variación de las dimensiones de la cimentación y por tanto se deben prever posibles ampliaciones geométricas.

El control de posibles asentamientos puede también llegar a gobernar el dimensionamiento de la cimentación, puesto que una mayor área de contacto con el terreno, proporciona menores esfuerzos de contacto, y por lo tanto se producirán menores asentamientos.

3. PROPIEDADES GEOTECNICAS

El modelo de suelo que adopte el ingeniero diseñador debe ser tal que refleje en su comportamiento las deformaciones que la cimentación le induzca y a su vez que las deformaciones del cimiento sean compatibles con las del suelo. Una vez se ha encontrado el modelo, éste debe ser capaz de proporcionar los valores de los parámetros geotécnicos, es decir, aquellas cantidades que representen al suelo. El modelo más ampliamente aceptado es el de Semiespacio Elástico. Consiste en una zapata considerada rígida, apoyada sobre la superficie de un semiespacio elástico el cual se extiende hasta una profundidad infinita y el cual es homogéneo e isotrópico. Sus propiedades de relación esfuerzo-deformación se pueden definir con dos constantes elásticas, el módulo de rigidez a cortante G , y la relación de Poisson ν . Este modelo permite predecir la respuesta del suelo y por tanto de la fundación ante cargas verticales armónicas, momentos aplicados en planos verticales, momentos torsionales, fuerzas cortantes horizontales y cualquier combinación de las anteriores. Este modelo también toma en cuenta la disipación de energía evaluando el amortiguamiento geométrico. Debido a que la solución matemática de este modelo muestra que la rigidez y el amortiguamiento del suelo dependen no solamente de las propiedades elásticas sino de la frecuencia de excitación, se representa entonces el problema cimentación-suelo como un sistema mecánico cuya masa será la de la zapata y equipo vibrante, y la rigidez y amortiguamiento serán valores independientes de la frecuencia de la función fuerza, dados de acuerdo con la teoría del semiespacio elástico.

Los valores de rigidez y amortiguamiento se encuentran entonces en función de los parámetros geotécnicos ya nombrados anteriormente, G y ν . Por ejemplo, la constante de resorte para el modo de vibración vertical de una fundación rectangular de dimensiones $D \times L$ está dada por

$$k_z = -\frac{G}{1-\nu} \beta_z D L \eta_z$$

donde β es un coeficiente que depende de la geometría de la cimentación y γ es un coeficiente que representa el grado de encajonamiento de la zapata dentro del suelo.

El módulo de rigidez del suelo puede evaluarse por varios métodos. Existen ensayos de campo como el del generador de vibraciones y medición de ondas S en pozos y el de placa soportante, y ensayos de laboratorio como el de la columna resonante. Adicionalmente existe en la literatura gran cantidad de expresiones matemáticas para determinar el valor del módulo de rigidez. El amortiguamiento geométrico puede evaluarse a través de las relaciones de masa o inercia del sistema, tal como lo establece la teoría del semiespacio elástico y el amortiguamiento del material puede obtenerse del ensayo de la columna resonante. Los valores de relación de Poisson y densidad del suelo son parámetros que se debe evaluar para aplicar la teoría del semiespacio elástico.

El encajonamiento de la cimentación dentro del suelo de fundación juega un papel importante en los valores que se deben tomar de rigidez y amortiguamiento de la fundación. La Gráfica No. 6 muestra cómo se incrementa la rigidez del sistema al estar embebido lateralmente, lo cual se debe tener en cuenta al momento de adoptar valores de la constante de resorte para el análisis de la respuesta. Se ha demostrado también que un mayor grado de encajonamiento se refleja en valores mayores de amortiguamiento.

Dentro de las consideraciones geotécnicas se debe investigar también la presencia de estratos rígidos bajo el estrato de suelo sobre el cual se esté cimentando la fundación del equipo vibrante. Se ha comprobado cómo la presencia de un estrato rígido a baja profundidad refleja las ondas del movimiento de la cimentación y contribuye a incrementar la amplitud de respuesta del sistema vibrante.

4. TIPOS DE FUNDACIONES

Existen por lo general tres tipos de cimentación para estructuras que soportan equipos vibrantes. Zapatas, placas de fundación y cimentaciones profundas. Cada uno de ellos se comporta diferente ante el mismo tipo de excitación.

La zapata por lo general es masiva y bastante rígida, por lo cual se puede analizar con la metodología expuesta anteriormente.

Las placas de fundación son estructuras esencialmente flexibles, las cuales sin embargo proporcionan un área de interacción con el suelo bastante grande, lo que en ocasiones constituye la solución óptima para varias clases de aplicación. Para su análisis se utiliza con frecuencia el método de los elementos finitos, puesto que la asignación de coeficientes de rigidez y amortiguamiento es bastante complicado para pretender analizar este tipo de fundación como un sistema mecánico de un grado de libertad. Este tipo de cimentación posee varios modos de vibración y por consiguiente varias frecuencias naturales, así que se debe analizar la respuesta de la placa de acuerdo con la contribución de cada uno de los modos en forma apropiada.

Las cimentaciones profundas generalmente compuestas por

pilotes o pilas se utilizan para aquellos casos en que el suelo cercano a la superficie no garantiza valores bajos de asentamiento. Por esta razón se transmiten las cargas a capas de suelo más competentes. Este tipo de cimentación reduce el amortiguamiento geométrico, incrementa la frecuencia de resonancia del sistema y puede aumentar considerablemente las deformaciones a valores cercanos a la frecuencia de resonancia. Por lo general se analizan utilizando procedimientos aproximados, asumiendo estados ideales de soporte en su extremo inferior, e influencia uniforme del suelo que los rodea en toda la profundidad. La Gráfica No. 7 muestra la influencia de la longitud de un pilote trabajando de punta, sobre la frecuencia natural del sistema. Se observa cómo a medida que se aumenta la longitud, la frecuencia natural disminuye, es decir, el sistema se comporta en forma más flexible. El mismo efecto se consigue si se aumenta la carga axial aplicada a un pilote. Esta gráfica permite apreciar también la influencia del material de los pilotes en la frecuencia natural del sistema. En el diseño de este tipo de cimentación se debe tener bastante cuidado al asignar el factor de seguridad a las cargas estáticas, puesto que durante la vibración de estos sistemas a frecuencias cercanas a la resonante, se produce el efecto de pérdida súbita de la capacidad de carga, produciéndose un asentamiento inadmisibles del pilote, con sus perjudiciales consecuencias. En este tipo de cimentación se debe aprovechar el encajonamiento del dado cabezal, para proporcionar amortiguamiento geométrico al sistema.

5. DISEÑO

En general el procedimiento de diseño de cimentaciones de equipos vibrantes sigue el siguiente procedimiento.

Inicialmente se verifican las condiciones estáticas de la cimentación, tales como la capacidad de soporte y el asentamiento admisible tanto para las cargas estáticas como para la suma de estas con la carga dinámica.

A continuación se verifican las condiciones dinámicas del sistema, es decir, la amplitud de vibración a la frecuencia de operación y en ocasiones la velocidad. Se analiza el factor de amplificación dinámico y las posibles condiciones de resonancia tanto del sistema total como de sus componentes. Se debe calcular también el factor de transmisibilidad.

Debe efectuarse un análisis de los posibles modos de vibración y la eventualidad de que estos puedan acoplarse durante la vibración.

Es necesario efectuar un análisis de los componentes, conexiones y materiales del sistema con el fin de prevenir fallas por fatiga debido a la acción periódica de las fuerzas.

Se debe realizar una verificación de vibraciones ambientales nocivas o incómodas producidas por el movimiento de los equipos. Es bastante útil referirse a gráficas como la No. 8 donde puede ubicarse la situación general de vibración dentro de niveles de sensibilidad para personas.

El diseño de las cimentaciones que se construirán en concreto reforzado conduce generalmente a adoptar cuantías de refuerzo por temperatura en aquellas zona que lo requieran, donde el factor que controla es el ancho de grieta. En el resto de la masa de concreto se colocará refuerzo mínimo, con fines generalmente constructivos y de soporte para los pernos de anclaje y dispositivos de apoyo de los equipos.

6. CONCLUSIONES

La tarea de diseñar la cimentación de un equipo vibrante implica poseer un conocimiento en varias ramas de la ingeniería estructural, la ingeniería geotécnica y la teoría de vibraciones de tal forma que se logre optimizar la contribución de cada una de estas áreas en el diseño de cimentaciones, que por la función que desempeñan implícitamente las interrelacionan.

Como se mencionó anteriormente, el diseño de las cimentaciones en concreto masivo conduce a la utilización de refuerzo mínimo, lo cual en ocasiones desalienta profundizar en el análisis.

Finalmente es necesario llamar la atención de los fabricantes de equipo para que suministren la información completa y oportuna al diseñador de las bases, debido a que el comportamiento final de los sistemas vibrantes depende casi exclusivamente de las condiciones de anclaje proporcionadas.

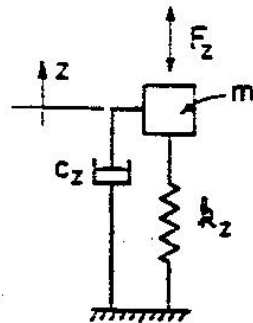
7. BIBLIOGRAFIA CONDENSADA

ARYA S., M. O'Neill and G. PINCUS, "Design of Structures and Foundations for Vibrating Machines", Gulf Publishing Co., 1979

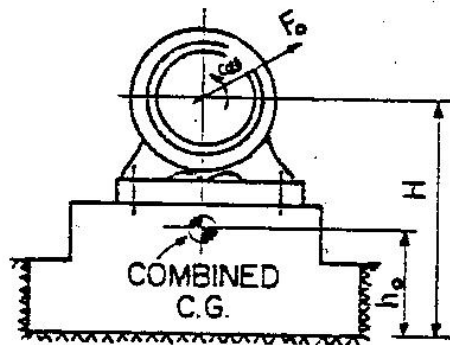
DEPARTMENT OF THE NAVY, "Soil Dynamics, Deep Stabilization, and Special Geotechnical Construction", Design Manual 7.3, U.S., 1983

NIETO J.A. y D. RESENDIZ, "Criterios de Diseño para Cimentaciones de Maquinaria", Universidad Nacional Autónoma de México, 1967

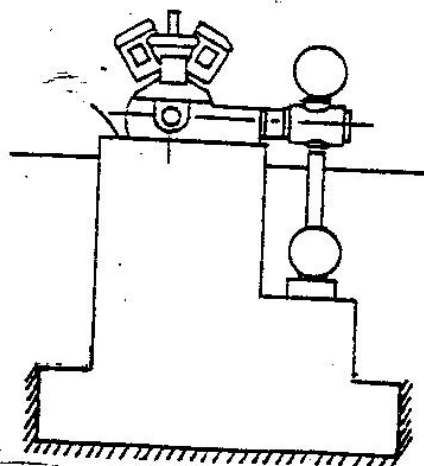
RICHART F.E., J.R. HALL Jr and R.D. WOODS, "Vibration of Soils and Foundations", Prentice-Hall, 1970



GRAFICA No. 1. Sistema oscilatorio mecánico de un grado de libertad.



GRAFICA No. 2. Máquina vibrante con amplitud excitadora constante.



GRAFICA No. 3. Máquina vibrante recíprocante con amplitud excitadora dependiente de la frecuencia de operación.

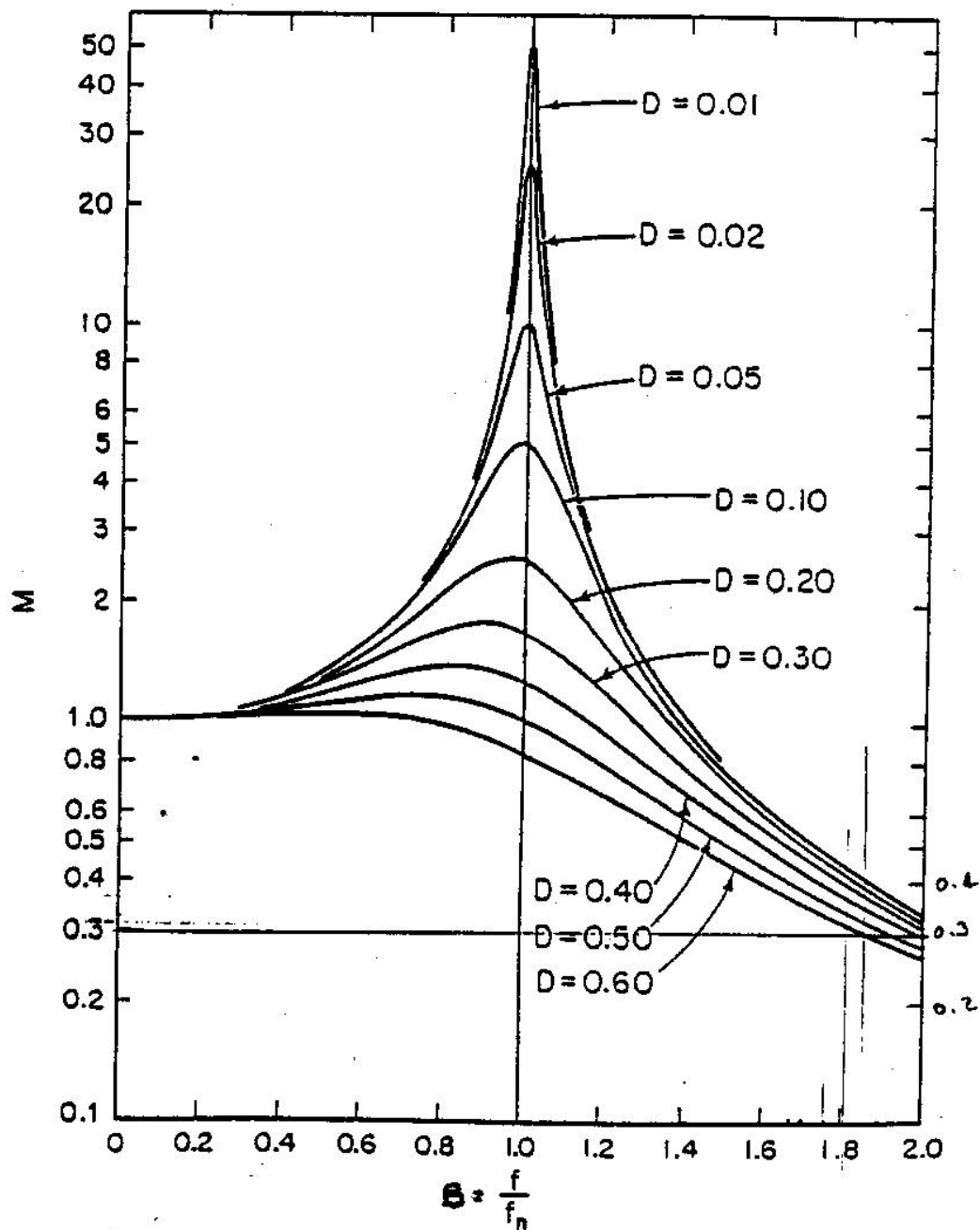


Figure A-1. Response curves for a viscously damped single-degree-of-freedom system (constant force amplitude excitation — $Q_0 = \text{const}$).

GRAFICA No. 4. Curvas de respuesta para un sistema amortiguado de un grado de libertad con amplitud de excitación constante. (Tomado de Richart et al., 1970)

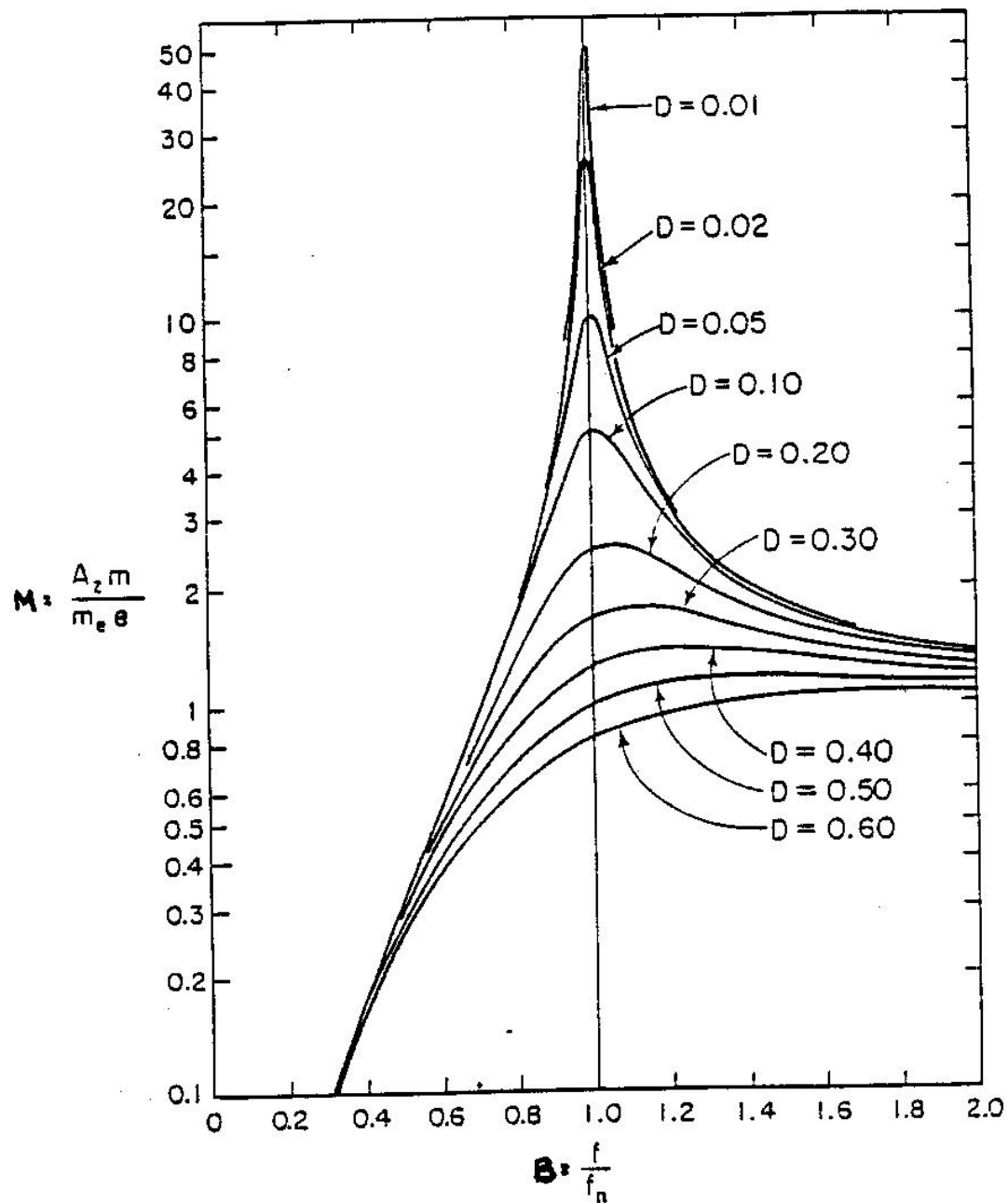
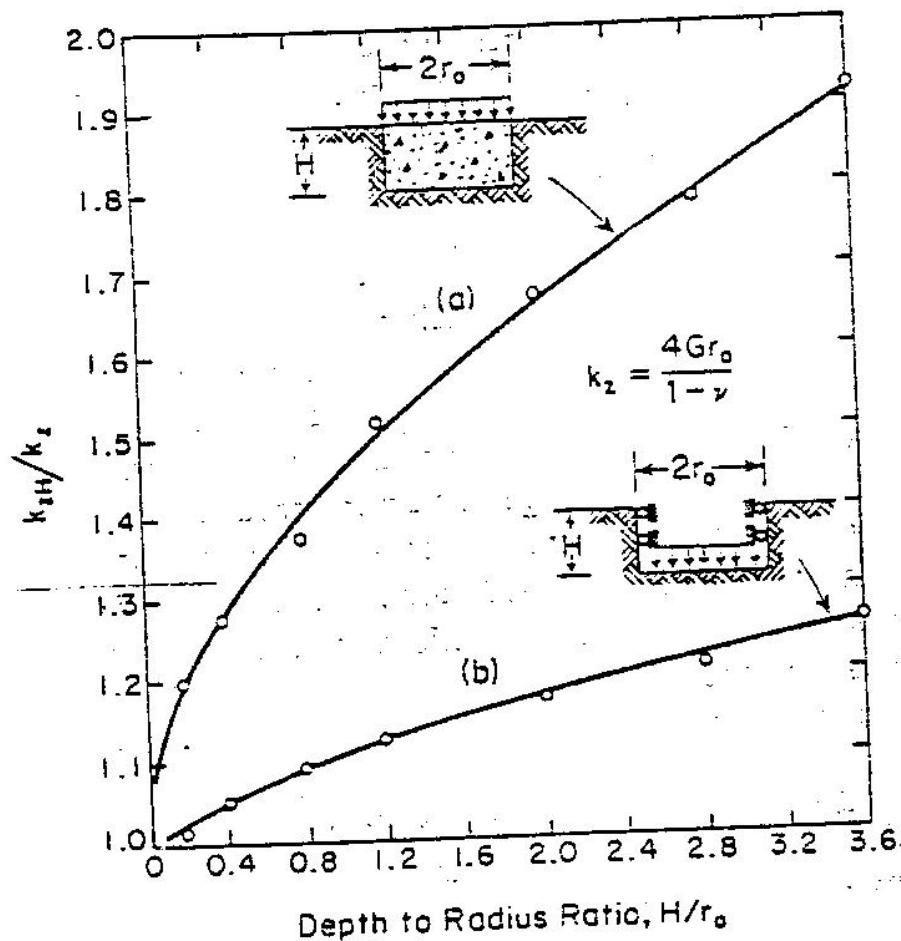


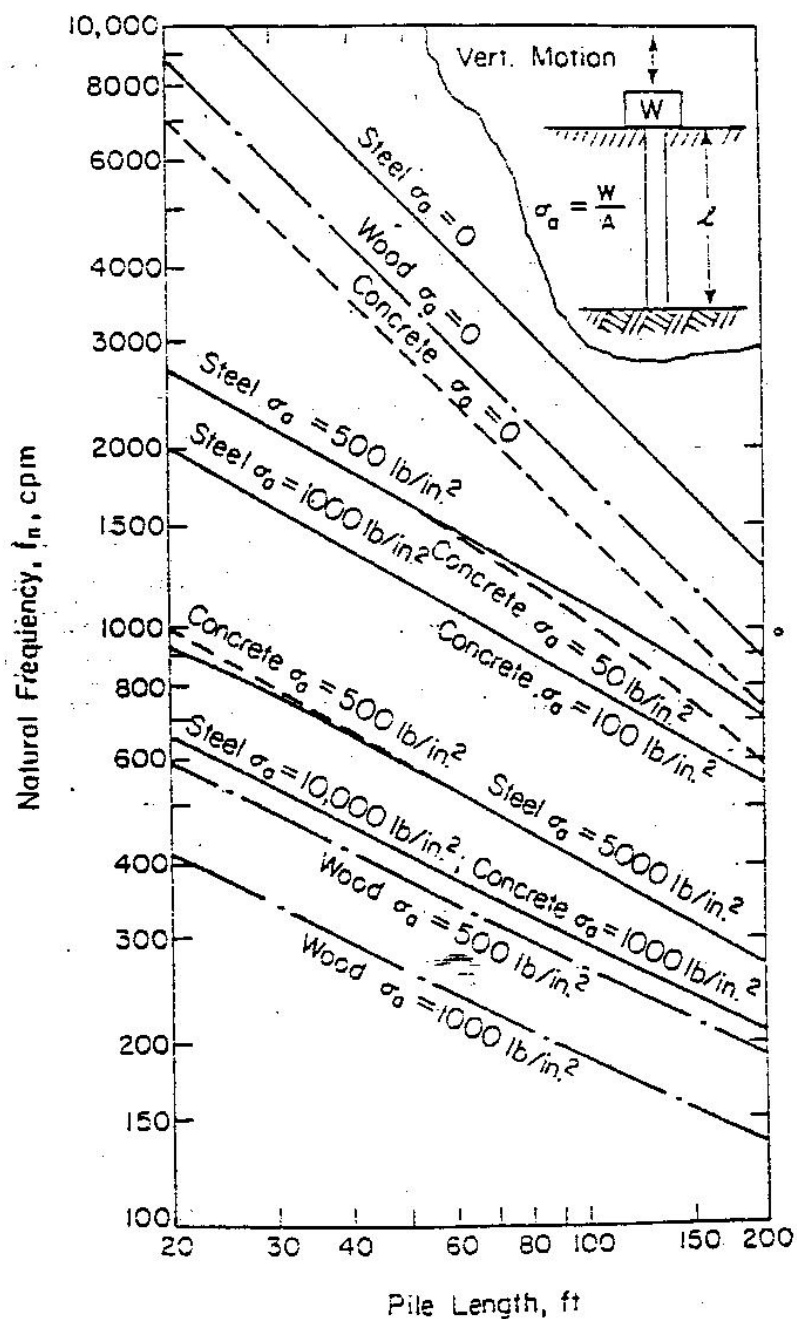
Figure A-2. Response curves for rotating-mass-type excitation of viscously damped single-degree-of-freedom system.

GRAFICA No. 5. Curvas de respuesta para un sistema amortiguado de un grado de libertad con excitación del tipo de masas en desbalance. (Tomado de Richart et al., 1970)



GRAFICA No. 6. Efecto de la profundidad de encajonamiento en la constante de resorte para zapatas horizontales cargadas verticalmente. (Tomado de Arya et al..1979)

Material	$E, \text{lb/in}^2$	$\gamma, \text{lb/ft}^3$
Steel	29.4×10^6	480
Concrete	3.0×10^6	150
Wood	1.2×10^6	40



GRAFICA No. 7. Frecuencia de resonancia para oscilación vertical de un pilote de punta que soporta una fuerza estática W . (Tomado de Arya et al., 1979)