

VARIABILIDAD EN LA DETERMINACION DEL EMPUJE ACTIVO

Alvaro Millán Angel ¹

RESUMEN:

En los formatos de presentación de licencias de construcción se solicita la determinación del coeficiente de empuje activo K_a , valor que va normalmente consignado en los informes de suelos. Sin embargo el empuje real sobre muros de contención depende de muchos factores que hacen obligatorio una integración entre el ingeniero estructural y el ingeniero de suelos. Entre estos factores merecen destacarse los siguientes: a) Cantidad de desplazamiento o rotación que puede aceptar el muro, b) tipo de material que va tras el muro, c) grado de compactación del relleno tras el muro, d) efecto de la sobrecarga, e) efecto sísmico, f) efecto de la saturación en el lleno, g) cambios en la presión con el tiempo, h) posición de la fuerza resultante g) fuerzas de fricción sobre los muros. Estos factores conllevan a que la determinación del K_a no pueda simplificarse. En esta ponencia se presenta un resumen de los métodos tradicionales de cálculo del empuje sobre estructuras, sus implicaciones, los factores que los afectan, y un estudio paramétrico de la influencia en la determinación del K_a en suelos de comportamiento C, ϕ con un análisis sísmico pseudoestático.

INTRODUCCION.

Generalmente los análisis para la determinación del empuje activo se hacen para terraplenes en donde el material en contacto con el muro es de comportamiento friccionante, caso muy común en carreteras. Los métodos tradicionales de cálculo suponen que el muro ha cedido lo suficiente para desarrollar un empuje activo. Sin embargo en la determinación del empuje activo existen dos definiciones: el empuje mínimo que podrá actuar sobre el muro, y el estado de desplazamiento que conduce a un empuje triangular. Para llegar al primer valor generalmente se requiere de un desplazamiento menor que el necesario para llegar a la segunda condición. En las zonas urbanas sin embargo, y en especial para el cálculo de estructuras de contención en sótanos o muros exteriores, las condiciones de desplazamiento y tipo de material detrás del muro varían considerablemente.

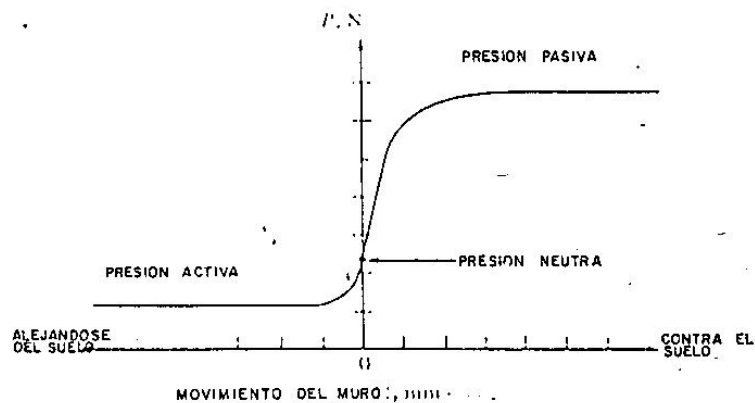
En esta ponencia se hace inicialmente un resumen de los métodos clásicos de determinación de empujes, sus limitaciones, la variabilidad con distintos factores, y finalmente un estudio paramétrico que indica el efecto de considerar suelos de comportamiento C, ϕ en el análisis para condiciones de llenos horizontales y un estado de sobrecarga, y para dos estados de empuje sísmico.

PRESIONES SOBRE UN MURO.

Es bien conocido, y experimentalmente puede demostrarse fácilmente, que el empuje del terreno sobre un muro depende del movimiento que el muro soporte hacia o alejándose del terreno pasando por un punto de no movimiento denominado como el caso de empuje neutro o en reposo. La Fig. 1 presenta esquemáticamente este comportamiento.

1. Ingeniero Consultor, Pereira

Figura 1



Al valor mínimo del empuje normalmente se le denomina presión activa, y al valor máximo presión pasiva.

Las teorías mas tradicionales del cálculo de empujes son las de Coulomb y de Rankine.

El método de Rankine asume una distribución lineal de presiones, suelos sin cohesión y ausencia de fricción entre el muro y el suelo.

El método de Coulomb asume un suelo isotrópico, homogéneo y con fricción y cohesión, una superficie de ruptura plana, fricción entre el muro y el suelo, y una superficie de falla a un ángulo $45 + \phi/2$ de la horizontal para rellenos horizontales (Ver Fig.2).

La experiencia en fallos de muros de contención indica que la superficie de falla generalmente es curva, Fig.3, aunque mediciones de empujes sobre esta superficie que puedan refinarse con cálculos de espirales logarítmicos indican que la diferencia en la determinación de las fuerzas no es significativa.

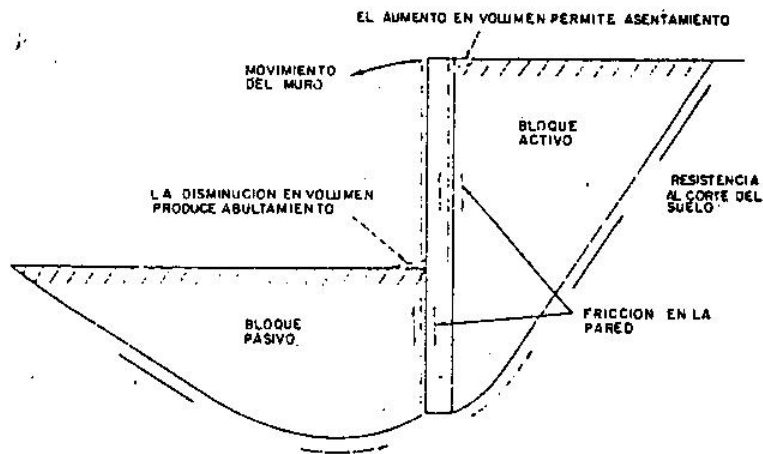


Figura 2

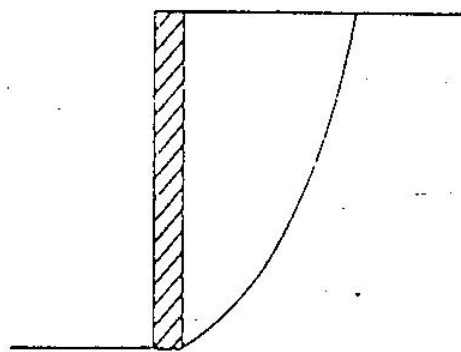


Figura 3. SUPERFICIE DE FALLA CURVA

Figura 3

Para suelos sin cohesión el coeficiente de presión activa para los métodos de Coulomb y Rankine pueden ser fácilmente encontrados. Las Tablas 1 y 2 tomadas de Bowles (1) indican dichos valores.

Tabla 1. Coeficientes de presión activa según Coulomb

Tabla 1. COEFICIENTE DE PRESION ACTIVA, COULOMB

$\beta \setminus \phi =$	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
$\mu = 0^\circ$							
0°	0.361	0.333	0.307	0.283	0.260	0.238	0.217
5°	0.345	0.319	0.294	0.271	0.250	0.229	0.210
10°	0.333	0.308	0.285	0.263	0.243	0.223	0.204
15°	0.325	0.301	0.279	0.258	0.238	0.219	0.201
20°	0.320	0.297	0.276	0.255	0.235	0.217	0.199
25°	0.319	0.296	0.274	0.254	0.235	0.217	0.199
$\mu = 10^\circ$							
0°	0.407	0.374	0.343	0.314	0.286	0.261	0.238
5°	0.391	0.359	0.330	0.302	0.277	0.252	0.230
10°	0.380	0.350	0.321	0.294	0.270	0.246	0.225
15°	0.373	0.343	0.315	0.289	0.265	0.243	0.221
20°	0.370	0.340	0.313	0.287	0.265	0.241	0.220
25°	0.369	0.340	0.313	0.287	0.264	0.241	0.221
$\mu = 20^\circ$							
0°	0.488	0.441	0.399	0.361	0.327	0.295	0.267
5°	0.474	0.428	0.387	0.350	0.317	0.287	0.259
10°	0.465	0.420	0.379	0.343	0.311	0.281	0.254
15°	0.461	0.415	0.375	0.339	0.307	0.278	0.251
20°	0.460	0.414	0.374	0.338	0.306	0.277	0.250
25°	0.464	0.417	0.376	0.340	0.308	0.278	0.252

donde : δ = fricción entre muro y suelo
 β = inclinación del muro con la vertical

Tabla 2. Coeficiente de presión activa según Rankine

Tabla 2. COEFICIENTE DE PRESION ACTIVA, RANKINE

$\beta \setminus \phi =$	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
0°	0.361	0.333	0.307	0.283	0.260	0.238	0.217
5°	0.366	0.337	0.311	0.286	0.262	0.240	0.217
10°	0.380	0.350	0.321	0.294	0.270	0.246	0.225
15°	0.409	0.373	0.341	0.311	0.283	0.258	0.235
20°	0.460	0.414	0.374	0.338	0.306	0.277	0.250
25°	0.573	0.494	0.434	0.383	0.343	0.307	0.275
30°	0.000	0.566	0.574	0.478	0.411	0.358	0.315
35°	0.000	0.000	0.000	0.000	0.397	0.468	1.391

EFFECTO DE LA COHESION.

En caso de suelos cohesivos o suelos con cohesión existe teóricamente una zona de tensión en el suelo. Como el suelo no puede resistir tensiones se forma una grieta y este sector no empuja sobre el muro. La altura de agrietamiento o altura crítica h'_c en suelos cohesivos se define como aquella en la cual la presión del suelo iguala la compresión inconfiada del suelo. Para suelos C, ϕ está definida como $H_c = \frac{2C}{\gamma} \cot(45 - \phi/2)$

La Figura 4 muestra la distribución teórica de presiones tras un muro teniendo en cuenta la altura crítica, y la Figura 5 un esquema básico de Coulomb para la determinación del empuje teniendo en cuenta la cohesión.

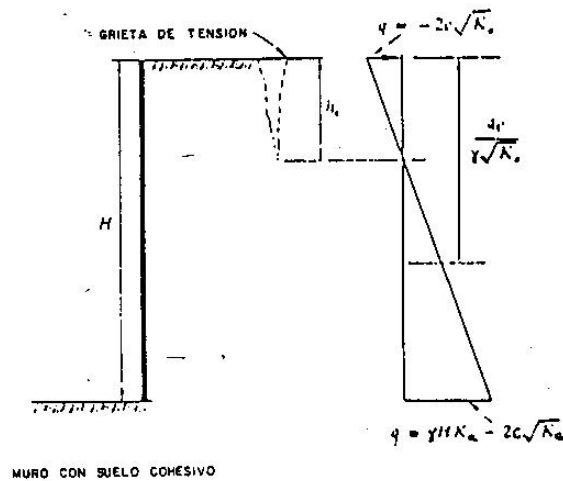


Fig.4 Muro con suelo cohesivo - de Boules

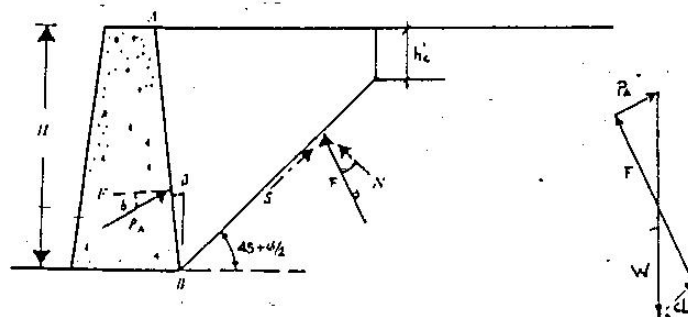


Fig.5 Coulomb con cohesión.

Bang (2) reconociendo que una cierta elongación debe desarrollarse para que los esfuerzos cortantes puedan movilizarse completamente, establece que para muros de contención rígidos la presión resultante cambia de un valor inicial activo (cuando solamente el elemento de suelo en la superficie llega a una condición activa) a un estado completamente activo (cuando todos los elementos desde la superficie hasta la base están en condición activa). La Figura 6 presenta los resultados de empuje para un muro liso de $H=3$ mts. con un lleno de suelo no cohesivo con $\phi=30^\circ$ y $\gamma = 100$ lbs/pie³. En esta Figura $\beta=0$ es el estado inicial activo y $\beta=1$ es el estado completamente activo.

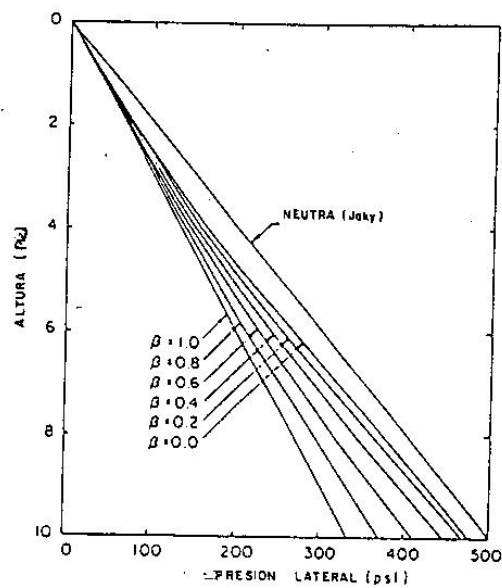


Fig.6 Variación de presión lateral

Numerosos investigadores utilizando ensayos controlados de laboratorio, o experimentales de campo en muros hasta 10 m. de alto han medido el movimiento necesario para reducir la presión del terreno a una condición activa. La Tabla 3 tomada de Duncan et al (3) presenta los valores encontrados.

Tabla 3. Movimiento requerido para alcanzar un estado activo.

TABLE 1. MOVEMENTS REQUIRED TO ACHIEVE ACTIVE EARTH PRESSURE CONDITIONS

Investigators	Wall Height (ft)	Backfill	Compacted	Mode of Movement	Δ/H to Reach Active Pressure ⁽¹⁾
Broms & Ingelsson (1971)	9.0	Sand	Yes	Rotate	0.0003 ⁽²⁾
Broms & Ingelsson (1972)	28.4	Sandy gravel	Yes	Rotate	0.0009 to 0.0024 ⁽²⁾
Carder et al. (1977)	6.6	Sand	Yes	Translate	0.0020 ⁽²⁾
Carder et al. (1980)	6.6	Silty Clay	Yes	Rotate	0.0009 ⁽²⁾
Matsumoto et al. (1978)	32.8	Silty Sand	Yes	Rotate	0.006 to 0.028 ⁽²⁾
Matsumoto et al. (1978)	32.8	Slag	Yes	Rotate	0.003 to 0.005 ⁽²⁾
Sherif et al. (1964)	4.0	Sand	Yes	Rotate	0.0005 ⁽²⁾
Sherif et al. (1964)	4.0	Sand	No	Rotate	0.0005 ⁽²⁾
Terzaghi (1934a)	4.9	Sand	Yes	Rotate	0.0011 ⁽²⁾
Terzaghi (1934a)	4.9	Sand	Yes	Translate	0.0011 ⁽²⁾
Terzaghi (1934a)	4.9	Sand	No	Rotate	0.0020 ⁽²⁾
Terzaghi (1936)	4.9	Sand	Yes	Rotate	0.001 ⁽²⁾
Terzaghi (1936)	4.9	Sand	Yes	Rotate	0.003 ⁽²⁾
Terzaghi (1936)	4.9	Sand	Yes	Translate	0.001 ⁽²⁾
Terzaghi (1936)	4.9	Sand	Yes	Translate	0.003 ⁽²⁾

- (1) Δ = movement at top of wall, H = wall height
(2) Movement to reach minimum total earth pressure force
(3) Movement to develop triangular pressure distribution, with resultant at lower third point
(4) 1 ft = 0.305 m

Entre mas alto el muro, mayor el valor de Δ/H que se necesita para alcanzar el valor mínimo de presión.

Para muros altos el movimiento requerido para alcanzar el estado activo es del orden de $\Delta/H=0.004$, 4 cms. por cada 10 mts. del altura del muro.

Para alcanzar un estado pasivo la Tabla 4 tomada de Duncan et al(3) presenta las condiciones necesarias

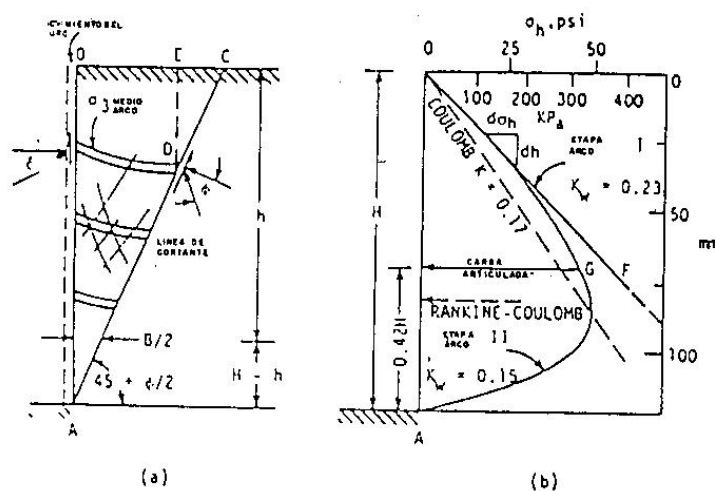
Tabla 4. Movimiento requerido para alcanzar un estado pasivo.

Investigators	Wall Height (ft)	Backfill	Compacted	Mode of Movement	Δ/H to Reach Passive Pressure ⁽¹⁾
Broms & Ingelsson (1971)	9.0	Sand	Yes	Rotate	0.005
Carder et al. (1977)	3.3	Sand	Yes	Translate	0.025
Carder et al. (1980)	3.3	Silty Clay	Yes	Rotate	0.132
Tcheng & Iscus (1972)	9.3	Sand	Yes	Rotate	0.02 to 0.06
Terzaghi (1934a)	4.9	Sand	Yes	Rotate	0.001 ⁽²⁾

- (1) Δ = movement at top of wall, H = height of wall
(2) Passive pressure not fully mobilized; $k = 2$ to 2.5
(3) 1 ft = 0.305 m

PUNTO DE APLICACION DE LA RESULTANTE.

Los experimentos de Terzaghi (4) demostraron como la distribución de presiones detrás de un muro no eran lineales y el punto de aplicación de la fuerza resultante no está a $1/3$ de la altura. Handy (5) elaboró una interesante teoría que basada en el efecto de arco o "arqueado" permite encontrar la distribución de presiones detrás de un muro para condiciones iniciales activas (estado 1 de arqueado) hasta condiciones completamente activas (estado 2 de arqueado). El estado 1 se desarrolla como resultado de la compresibilidad relativa y el saqueo del relleno relativo al muro que activa la fricción con el muro y eleva las presiones por encima de las encontradas de acuerdo con la teoría de Coulomb, sin alterar la distribución lineal, y el estado 2 depende del movimiento lateral requerido para iniciar condiciones activas reduciendo la presión en la parte baja del muro elevando el centro de aplicación de la resultante por encima de $H/3$. La Figura 7 tomada de Handy (5) presenta la teoría de arco aplicada al caso activo.



TEORIA DE ARCO APLICADA A EMPUJES DE MUROS

Fig.7 Teoría de arco o "arqueado" aplicada a una condición activa
a) catenarias de arcos menores y líneas de corte
b) distribución de presión

La Tabla 5 tomada del mismo autor presenta el coeficiente de presión K, la altura al centro de presión Z, y el momento de volteo resultante para $\theta=30^\circ$. Nótese como el valor de el punto de aplicación de la resultante para un muro friccionante resulta igual al determinado experimentalmente por Terzaghi (4), y por Sherif et al (6).

Tabla 5. Coeficiente de presión K, Altura de aplicación Z, y momento KZ.

TABLE 5 — COEFICIENTE DE PRESION DE TIERRA K, ALTURA DE APLICACION DE PRESION Z, MOMENTO KZ PARA VARIAS TEORIAS CON $\theta=30^\circ$

CANTIDAD: METODO DE ANALISIS (1)	FRICCION DEL MURO, EN GRADOS					
	0 LISA (2)	6 (3)	12 (4)	18 (5)	24 (6)	30 ASPERA (7)
K:						
Rankine	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
Coulomb	0.33	0.32	0.31	0.30	0.30	0.30
Arching I	0.33	0.35	0.36	0.38	0.41	0.51*
Arching II	0.33	0.30	0.28	0.26	0.25	0.27
ALTURA						
of Pressure Z:						
Rankine	0.33H	0.33H	0.33H	0.33H	0.33H	0.33H
Coulomb	0.33H	0.33H	0.33H	0.33H	0.33H	0.33H
Arching I	0.33H	0.35H	0.36H	0.38H	0.41H	0.51H*
Arching II	0.33H	0.33H	0.36H	0.38H	0.40H	0.42H
Momento KZ:						
Rankine	0.11H	0.11H	0.11H	0.11H	0.11H	0.11H
Coulomb	0.11H	0.11H	0.10H	0.10H	0.10H	0.10H
Arching I	0.11H	0.12H	0.12H	0.13H	0.14H	0.17H*
Arching II	0.11H	0.10H	0.10H	0.10H	0.10H	0.11H

*Corresponde a Jaky K.

GRADO DE COMPACTACION DEL RELLENO.

Se ha encontrado experimentalmente que para esfuerzos de compactación del lleno altos los valores de la presión aplicada al muro son mayores al valor en reposo. Sin embargo otros autores han encontrado que al ceder levemente el muro se liberaba la presión adicional de compactación llegando hasta el valor activo. Si el muro no cede como en el caso de muros pantallas en sótanos, se debe considerar una presión tipo en reposo para suelos ligeramente compactados y presiones mayores para suelos compactados.

CAMBIOS DE LA PRESION EN EL TIEMPO.

Si un muro no cede o rota, las presiones de tierra tienden a llegar al valor en reposo con el tiempo. Para suelos cohesivos debe tenerse en cuenta una presión adicional en el tiempo que puede ocurrir por "flujo plástico" (deformación a estados de esfuerzos no cambiantes).

EFFECTOS DE SATURACION EN EL LLENO.

La saturación del lleno conduce a estados de presión superiores a los desarrollados bajo condiciones drenadas del orden del 50% superiores.

FUERZAS DE FRICCIÓN SOBRE LOS MUROS.

Sobre los muros se desarrollan fuerzas de fricción hacia abajo producidas por el asentamiento del lleno. Se necesita un movimiento relativo de solamente 2 a 5 mm para que se desarrollen estas fuerzas. Entre mayor sea el ángulo con la horizontal de la parte posterior del muro, mayor es la fuerza de fricción. Esta fuerza es benéfica ya que contribuye a la estabilización del muro.

PRESIONES EN PAREDES DE SOTANOS.

Generalmente para muros pantalla, que no ceden, se considera una condición en reposo o neutra. Sin embargo algunos investigadores han encontrado que para llenos no cohesivos no compactos el valor de la presión actuante es mucho menor entre los estados activo y en reposo.

EFFECTO SISMICO.

Numerosos investigadores (Sherif et al (5), Whitman (7) coinciden en señalar que para muros de alturas normales (10 mts. o menos) se puede utilizar la ecuación de Mononobe-Okabe sin mayores desviaciones. Para alturas mayores, o para muros que no pueden ceder se deben utilizar métodos mas sofisticados como los sugeridos por Richards y Elms (8) y Elms y Richards (9).

El análisis de Mononobe-Okabe está basado en las siguientes asunciones: a) la falla toma lugar a lo largo de un plano como en Coulomb, b) el movimiento del muro es suficiente para desarrollar un estado activo, c) a falla se moviliza la totalidad del esfuerzo cortante a lo largo del plano de falla, d) la resistencia de suelos no cohesivos está dada por

$$S = c' \tan \theta \quad (1)$$

e) el suelo detrás del muro se comporta como un cuerpo rígido. La ecuación (2) presenta el coeficiente de presión activa determinado por este procedimiento.

$$K_{AE} = \frac{\cos^2(\phi - \theta - \beta)}{\cos \theta \cos^2 \beta \cos(\delta + \beta + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \theta - i)}{\cos(\delta + \beta + \theta) \cos(i - \beta)}} \right]^2}$$
$$\theta = \tan^{-1} [k_h / (1 - k_v)] \quad (2)$$

El punto de aplicación de la resultante teniendo en cuenta el efecto de sismo está mas alto que el bajo condiciones estáticas. La Figura 8 presenta un esquema de la distribución de presiones y posición de la resultante.

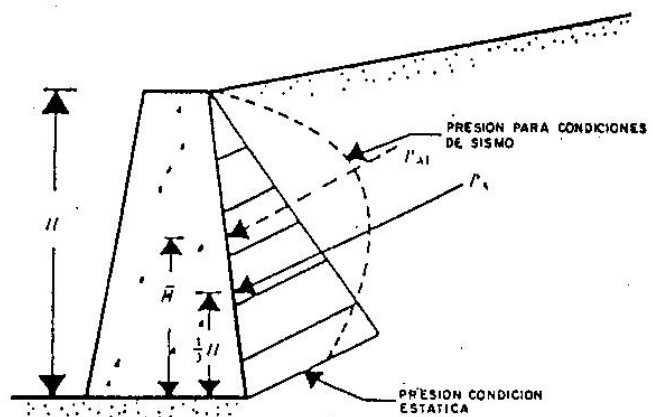


Fig.8 Punto de aplicación de la resultante bajo sismo.

En general se asume la presión activa estática de $0.33H$ a $0.42H$, y el aumento de presión activa por sismo a $0.6H$.

El valor de la presión activa depende del desplazamiento. Richards and Elms (8), incorporan este desplazamiento en la determinación del coeficiente k_h , donde

$$k_h = A_a (0.2 A_v^2 / A_a d)^{1/4} \quad (3)$$

donde; A_a y A_v = Coeficiente de aceleración dados por el código sismo resistente.
 d = Desplazamiento en pulgadas.

EFFECTO DE COHESION Y FRICCION EN CALCULO SISMICO DE EMPUJES ACTIVOS.

La condición de Mononobe-Okabe puede transformarse para tener en cuenta la cohesión en el cálculo de la presión activa utilizando un procedimiento gráfico similar al método de Culmann.
 La Figura 9 presenta un esquema básico y un diagrama de fuerzas.

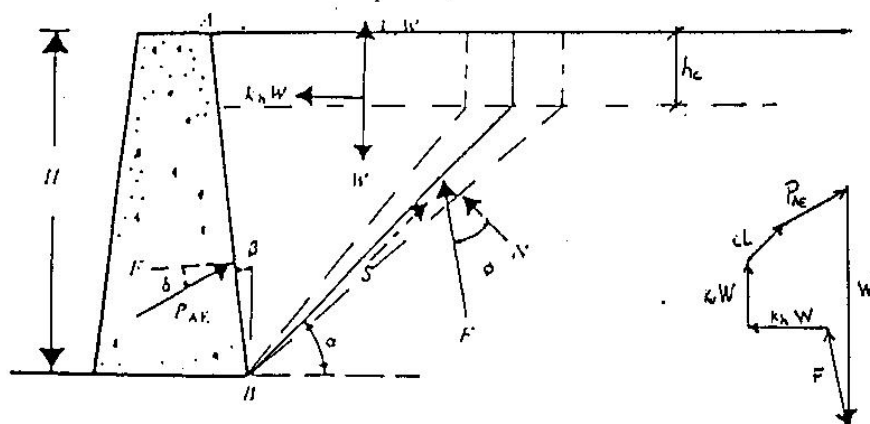


Fig.9 Determinación de P_a por métodos pseudoestáticos

Calculando el valor de P_a para varios γ se puede encontrar el máximo valor de P_a que corresponde al valor de K_a de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$P_a = 1/2 \gamma H^2 K_a \quad (4)$$

$$\text{ó } K_a = \frac{2 P_a}{\gamma H^2}$$

El autor realizó un estudio paramétrico para muros de alturas $H=3, 6$ y 9 mts., con llenos horizontales, con distintos valores de cohesión C , y ángulos de fricción θ , y un valor de $\gamma = 1.55 \text{ T/m}^3$, $K_H=0.2$, cuyos resultados se presentan en la Figuras siguientes. Igualmente calculó dichos coeficientes para un estado de sobrecarga normal de vehículos (sobrecarga de 0.75 T/m^2), y uno de los estados para $K_H=0.1 \text{ g}$.

La Figura 10 presenta un caso de un muro de 6 mts. en donde para un valor determinado de θ se muestra la variación del coeficiente de presión con la cohesión. La línea punteada representa la variación de K_a con la cohesión para el caso de un lleno con la sobrecarga.

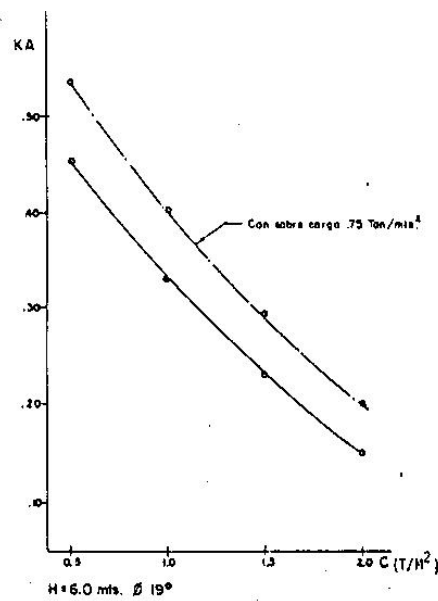


Fig. 10 Variación de K_A con cohesión

La Figura 11 presenta un caso de un muro de 9 mts. en donde para un valor determinado de la cohesión se muestra la variación del coeficiente de presión con el ángulo de fricción.

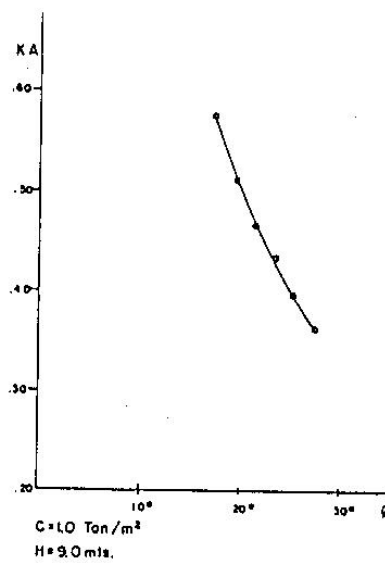


Fig. 11 Variación de K_A con ángulo de fricción

En ambas figuras puede apreciarse como el coeficiente de presión disminuye con el aumento de cohesión y de fricción, siendo mas marcado el cambio con la variación del ángulo de fricción.

La Figura 12 presenta para una altura de 3 mts. y ángulos de fricción de 17 a 27° la variación del coeficiente de presión activa con la cohesión.

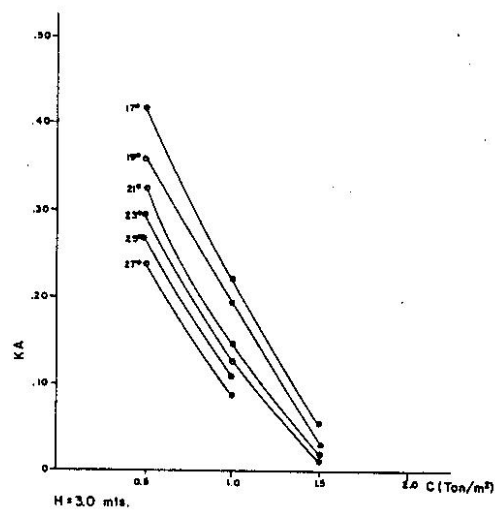


Fig. 12 Variación de K_a con cohesión para $H=3$ mts.

La Figura 13 presenta para una altura de 6 mts. y cohesiones de 0.5 a 2.0 T/m^2 la variación del coeficiente de presión activa con el ángulo de fricción.

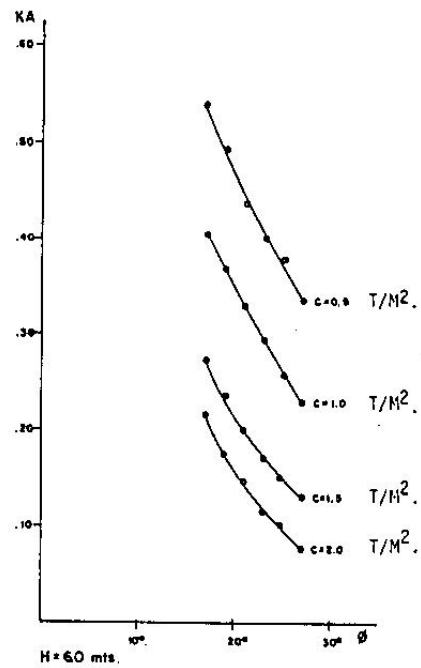


Fig.13 Variación de K_a con θ para $H=6$ mts.

La Figura 14 presenta la variación del coeficiente de presión activa para un ángulo de fricción de 21° y cohesiones de 0.5 a 2.0 T/m² con la altura del muro.

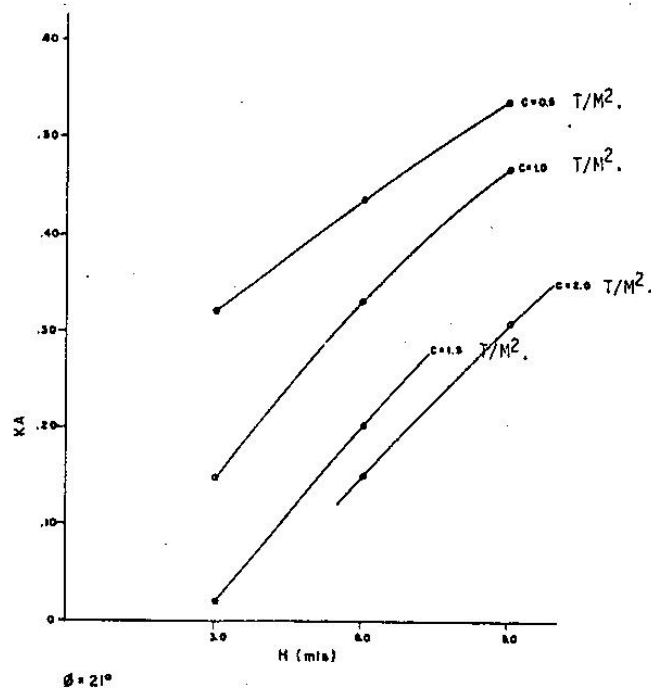


Fig.14 Variación de K_A con altura del muro.

De las figuras anteriores puede reconocerse la importancia de la consideración de la cohesión en la determinación del coeficiente de presión activa, cuya influencia está dada no solamente por el efecto de la altura crítica h'_c que representa una zona de tensión donde no existen empujes laterales, sino por la contribución a lo largo de la superficie de falla de la resistencia aportada por la cohesión. Esto nos explica la relativa facilidad con la cual se pueden hacer cortes verticales en los suelos volcánicos y el porqué se encuentran en edificaciones antiguas muchísimos muros en mampostería simple (ladrillo) que al hacerles un análisis tradicional hubiesen fallado.

Puede notarse en la Figura 14 como la pendiente de la curva disminuye

sustancialmente con la disminución de la cohesión tendiendo a un valor único de presión activa para $C=0$, que es el caso normalmente encontrado en la literatura.

En la Figura 10 se aprecia el efecto de la sobrecarga sobre el coeficiente de presión activa. Para este caso particular la influencia causa variaciones entre el 17 y el 30%, que fue el rango de variación encontrado en general para todos los casos estudiados del muro de altura 6 mts. Para una altura de 3 mts. las variaciones son mayores (entre 26 y 40%) lo que se explica fácilmente ya que para una altura menor el efecto de la altura crítica es mayor.

La Tabla 6 presenta el porcentaje de variación debido a la sobrecarga de 0.75 T/m^2 para este caso particular.

Tabla 6. Variación del coeficiente de presión activa con sobrecarga

$C \text{ T/m}^2$			$\theta^\circ / \% \text{ variación } K_a$					
			17	19	21	23	25	27
A. H=3 mts.	0.5		39.6	39.9	42.5	42.5	43.8	40.5
	1.0		37.0	26.0	36.0	34.4	32.4	29.6
	1.5		48	42	38.9			
B. H=6 mts.	0.5		16.1	16.8	20.6	20.2	16.8	19.4
	1		16.5	18.4	17.3	21.8	21.7	22.2
	1.5		21.3	24.0	23.6	25.0	29.8	27.7
	2		19.5	30.6	27.9	25.4	20.6	35.9

Finalmente es necesario reconocer el efecto de la meteorización o cambios estructurales del suelo al ponerlo en contacto con el medio ambiente o por su manipuleo en la conformación de terraplenes.

En el primer caso la excavación de cortes verticales en suelos cohesivos dejados abiertos por un período considerable de tiempo produce agrietamientos y desprendimientos que causan empujes reales aún en la zona de tensión, y la alteración de la estructura de los suelos en su corte, transporte y compactación produce efectos sobre los empujes laterales. Se ha encontrado por ejemplo que los suelos provenientes de la meteorización de cenizas volcánicas (alófanos en su mayoría) al remoldearse pierden la cementación y con ello sufren cambios considerables en su cohesión verdadera. Al calcular los empujes sobre muros debe tenerse en cuenta no solamente el suelo que se va a usar, sino el estado en que se va a trabajar y las modificaciones que en él puede causar el medio ambiente.

REFERENCIAS

1. Bowles, Joseph, E., Analytical and Computer Methods in Foundation Engineering, Mc Graw-Hill, Inc., 1974.
2. Bang, Samgchul, Active Earth Pressures Behind Retaining Walls, Journal of Geotechnical Engineering Division Vol.111, No.3, March, 1985.
3. Duncan, James, M., Clough, G. W., and Ebeling, R., Behavior and Design of Gravity Earth Retaining Structures, Proc. of the Specialty conference on Design and Performance of Earth Retaining Structures, Cornell University, Ithaca, N.Y., 1990.
4. Terzaghi, Karl, Large Retaining Wall Tests, Eng. News Record, 1934.
5. Handy, Richard L., The Arch in Soil Arching, Journal of Geotechnical Engineering, Vol 111, No.3, March, 1985.
6. Sherif, Mehmet A., Ishibashi, I., and Lee Ch. D., Earth Pressures Against Rigid Retaining Walls, Journal of Geotechnical Engineering Division, Vol 108, No.GT 5, May 1982.
7. Whitman, Robert V., Seismic Design and Behavior of Gravity walls, Proc. of the Specialty Conference on Design and Performance of Earth Retaining Structures, Cornell University, Ithaca, N.Y., 1990.
8. Richards, Rowland J., and Elms, David G., Seismic Behavior of Gravity Retaining Walls, Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol. 105, No.GT4, April 1979.
9. Elms, David G., and Richards, Rowland J., Seismic Design of Retaining Walls, Proc. of the Specialty Conference on Design and Performance of Earth Retaining Structures, Cornell University, Ithaca, N.Y., 1990.