

**ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERIA  
II ENCUENTRO DE INGENIEROS DE SUELOS Y ESTRUCTURAS**

**ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA**

**ALVARO J. GONZALEZ G.**

-Ingeniero Civil U.N., M.Sc., DIC  
-Socio Director- Análisis Geotécnicos Colombianos AGC Ltda.  
-Profesor Asociado -Fac.de Ingeniería- U.Nacional.- Bogotá

**1.0 INTRODUCCION**

El comportamiento de pilotes ante carga sísmica es uno de los casos clásicos de interacción suelo estructura, además de los más complejos y aún no totalmente dilucidado (p.ej. Prakash y Sharma, 1990; Reese, 1984). Aun cuando en un sismo hay cargas dinámicas verticales y horizontales, éstas últimas son usualmente las más críticas y en el presente artículo se comentan algunos de los procedimientos de cálculo existentes para los efectos de cargas laterales sísmicas, su aplicabilidad y su comparación con la práctica actual en el país, en especial en el refuerzo de los pilotes.

**2.0 PILOTES SOMETIDOS A CARGA LATERAL ESTATICA**

**2.1 GENERALIDADES**

El problema de carga lateral en pilotes ha sido tratado desde hace ya algún tiempo por numerosos investigadores: por ejemplo, Hetenyi (1946), Broms (1984a, 1984b, 1985, 1981); Davisson et al (1963), DeBeer (ed., 1977), Poulos (Poulos y Davis 1980), Prakash y Sharma (1990), Matlock y Reese (1980), Reese (1984), Vesic (1977), Zeevaert (1973, 1980), etc.

En general pueden plantearse 16 tipos de problemas generales con cargas laterales estáticas en pilotes verticales:

- o Carga horizontal superior - C (Figura 1a)
- o Carga horizontal del suelo circundante - S (Figura 1b)

actuantes cada una en uno de los dos tipos principales de pilotes:

- o Pilotes flotantes - F (Figura 2a)
- o Pilotes de punta - P (Figura 2b)

los cuales pueden encontrarse en dos tipos principales de suelos:

- o Suelo con propiedades constantes con profundidad -0 (Figura 3)
- o Suelo con propiedades crecientes con profundidad -2 (Figura 4)

y la cabeza de los pilotes puede estar:

- o Libre - L
- o Empotrada - E

Además, para cada uno de los 16 casos :

CFOL-CFZL-CPOL-CPZL	-	SFOL-SFZL-SPOL-SPZL
CFOE-CFZE-CPOE-CPZE	-	SFOE-SFZE-SPOE-SPZE

debe obtenerse:

- o Capacidad de carga de pilote individual
- o Deformaciones de pilote individual
- o Capacidad de carga de grupo de pilotes
- o Deformaciones de grupo de pilotes

Si a lo anterior adicionamos la forma de instalación de los pilotes (hincados o pre-excavados), la estratificación de los suelos, las posiciones de los niveles de agua subterránea y la interacción con los elementos de conexión de los pilotes (vigas o placas), el problema se torna mucho más extenso y difícil de normalizar.

En todo caso, dada la gran proporción de interacción del problema, las soluciones para capacidad de carga y para deformaciones están altamente relacionadas entre sí.

## 2.2.- DEFINICION Y SOLUCION DEL PROBLEMA

La carga lateral produce en un pilote vertical deformaciones que cumplen la ecuación diferencial de una viga con carga distribuida:

$$EI*(d^4Y/dZ^4) - P = 0 \quad (1)$$

en la cual:  $E$  = módulo elástico del pilote  $[F/L^2]$   
 $I$  = momento de inercia de la sección del pilote  $[L^4]$   
 $Y$  = deflexión lateral del pilote  $[L]$   
 $Z$  = profundidad  $[L]$   
 $P$  = carga por unidad de longitud  $[F/L]$

Debido a las condiciones del problema, el pilote se trata como una viga apoyada en medio continuo y entonces:

$$P = p'*D \quad (2)$$

en dónde  $p'$  = presión efectiva de contacto  $[F/L^2] \leq P_{ult}$   
 $= p - u_w$  = presión total - presión de poros  
 $D$  = ancho del pilote  $[L]$   
 $P_{ult}$  = resistencia última del suelo  $[F/L^2]$

y entonces la ecuación 1 resulta en:

$$EI*(d^4Y/dZ^4) - p'*D = 0 \quad (1a)$$

La ecuación 1a) ha sido resuelta por medio de la Teoría de Elasticidad (p.ej. Hetenyi, Poulos, Zeevaert, etc), de Elementos Finitos (p. ej. Reese y Desai (1978)), pero usualmente, para obtener soluciones cerradas (Hetenyi, 1946), se apela a un artificio matemático adoptando:

$$p' = k_h*Y \quad (3)$$

en la cual  $k_h$  = módulo de reacción lateral del suelo  $[F/L^3]$

con la anterior hipótesis la ecuación 1a se convierte en:

$$EI \cdot (d^4 Y / dz^4) - k_h \cdot D \cdot Y = 0 \quad (1b)$$

y en forma adimensional:

$$(EI/k_h D L^4) \cdot [d^4 (Y/L) / d(Z/L)^4] - (Y/L) = 0$$

$$(d^4 y / dz^4) - (y/r) = 0 \quad (1c)$$

en la cual  $L$  = longitud del pilote  $[L]$ ;  
 $y = Y/L$   
 $z = Z/L$   
 $r = EI/k_h D L^4$  = rigidez relativa del pilote

y las soluciones más comunes de los autores mencionados en 2.1 adoptan este método denominado Método del Módulo de Reacción.

## 2.3 MODULO DE REACCION DEL SUELO $k$

### 2.3.1 DEFINICION Y CARACTERISTICAS

El módulo de reacción del suelo es un parámetro que, como se vió, resulta de un artificio matemático cuyo objetivo es el de reemplazar una masa de suelo por resortes elásticos equivalentes, con una constante  $k$  de resorte por unidad de área, lo cual facilita los cálculos de esfuerzos y deformaciones en las interfases estructura-suelo, puesto que las deformaciones se hacen directamente proporcionales a los esfuerzos aplicados.

El concepto fué introducido por Winkler, y posteriormente desarrollado, discutido y usado por la profesión. Dado que este parámetro no es una propiedad intrínseca del suelo (ni aún para un material homogéneo, isotrópico y elástico), no es posible determinarlo unívocamente con ensayos normalizados y hay múltiples modelos para su evaluación. Sin embargo, de la literatura se pueden deducir algunos aspectos generales de su comportamiento, resultante de la linealización de un problema que es totalmente no lineal:

- a)  $k$  es función de las propiedades elásticas del suelo ( $E', \nu'$ ), como es de esperarse.
- b)  $k$  varía inversamente con las dimensiones de la zona cargada, hecho ya observado por Terzaghi (1955).
- c)  $k$  depende de la rigidez relativa entre la estructura y el suelo, en consecuencia, para estructuras flexibles,  $k$  depende del punto de medida de la deformación.
- e)  $k$  no necesariamente es isotrópico ( $k_v \neq k_h$ )

Una notable excepción la constituye el caso de medio semi-infinito heterogéneo con variación lineal creciente del módulo de cortante con profundidad:

$$G(z) = G(0) + m \cdot Z \quad (2)$$

en dónde  $G$  = módulo de rigidez =  $E' / [2 \cdot (1 + \nu')]$  [F/L2]  
 $\nu'$  = relación de Poisson  
 $Z$  = profundidad [L]  
 $G(0)$  = módulo de rigidez superficial [F/L2]  
 $m$  = variación de  $G$  con  $z$  ( $dG/dz = m > 0$ ) [F/L3]

el cual ha sido elegantemente resuelto por Gibson (1974), y para  $\nu = 0.5$ ,  $G(0) = 0$ , carga vertical y únicamente para este caso:

$$k_v = 2m \quad (3)$$

y tal vez es la única ocasión en que  $k$  puede identificarse con una propiedad del material térreo.

### 2.3.2 INTERVALOS DE VARIACION DE MODULOS DE REACCION $k$

Para una viga de ancho  $D$  y longitud infinita apoyada en medio elástico semi-infinito, Vesic (1961) obtuvo para  $k$ :

$$k = (0.85/D) \cdot [(E_s \cdot D^4) / EI]^{(1/12)} \cdot [E_s / (1 - \nu_s^2)] \quad (4)$$

en la cual  $E_s$  = módulo elástico del suelo  
 $\nu_s$  = relación de Poisson del suelo

Para pilotes con carga lateral, Kishida y Nakai (1977) proponen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} k_h &= 2 \cdot k(\text{Vesic}) \\ E_s &= 170 \cdot q_u = E_u \text{ (suelos "cohesivos")} \\ E_s &= 16 \cdot N = E' \text{ (suelos "friccionantes")} \quad (E' - (\text{kg/cm}^2)) \end{aligned}$$

para las cuales  $q_u$  = resistencia a compresión simple [F/L2]  
 $N$  = penetración estandar (golpes/pie)

Para pilotes con carga lateral,  $k_h$  se expresa en forma general como (Poulos y Davis, 1980):

$$k_h = k_L \cdot (Z/D)^n \quad (5)$$

en el cual  $k_L$  = valor de  $k_h$  para la punta del pilote ( $Z=L$ )  
 $n$  = exponente empírico ( $n \geq 0$ )

Para el caso de materiales "cohesivos" ( $C_u = \text{cte}$ ,  $\phi_u = 0$ ) usualmente se adopta  $n=0$  y para materiales "friccionantes" ( $C' = 0$ ,  $\phi' = \text{cte}$ ) se emplea  $n=1$  con  $k_L = n_h$ , con lo cual se tiene:

$$\begin{aligned} \text{"cohesivos"} \quad k_h &= \text{constante} & (5a) \\ \text{"friccionantes"} \quad k_h &= n_h \cdot (Z/D) & (5b) \end{aligned}$$

Existen diferentes formulaciones empíricas para valores de  $k_h$  y  $n_h$ , algunas de las cuales se presentan en la Tabla 1, resumidas principalmente de Poulos y Davis (1980). Una extensa discusión sobre este parámetro se encuentra en Jamiolkowski y Garassino (1977) y en este mismo II Encuentro, González (1993) y Delgado (1993) presentan aspectos adicionales sobre  $k$ .



### 2.3.3 DIVERSOS EFECTOS EN $k_h$

#### 2.3.3.1 Efecto de la Deflexión del Pilote

Por la no linealidad de la relación carga-deformación, debida principalmente a falla local del suelo, existe una reducción importante del valor de  $k_h$ , con la deformación lateral del pilote. Davis y Poulos (1980) presentan la variación de  $n_h$  con la deflexión relativa  $Y/D$  (Figura 5a), que corresponden precisamente a la curva carga-deformación (Figura 5b) y se observan reducciones hasta llegar a valores de  $k_h$  del orden de  $1/4$  del valor para carga inicial si la deflexión relativa es del 5%.

Alternativamente, la relación no lineal (Figura 5b) puede expresarse hiperbólicamente como (Vesic, 1977):

$$1/k_h = Y/p = (1/k_{ho}) + (Y/p_{ult}) \quad (6)$$

expresión similar a la de Kondner-Zelasko (1963), en la cual todas las variables varían con la profundidad  $Z$  y además:

$k_{ho}$  = módulo de reacción tangente inicial

#### 2.3.3.2 Efecto de Grupo

Las soluciones matemáticas están normalmente dadas para un solo pilote, pero, como en el caso de carga vertical, hay una reducción por el efecto de grupo. Poulos y Davis (1980) y Prakash y Sharma (1990), con base en experiencias de varios autores, indican algunos valores de  $k_h$  efectivo ( $k_{ef}$ ):

- Si el espaciamiento en la dirección normal a la carga lateral ( $S_{\perp}$ ) es mayor de  $2.5D$ , se tienen los siguientes valores de acuerdo al espaciamiento en la dirección de la carga ( $S_{\parallel}$ ):

$S_{\parallel}/D$	$k_{ef}/k_h$
$\geq 8$	1.00
6	0.70
4	0.40
3	0.25

- Para grupos de pilotes, con espaciamientos normales ( $S/D$  de 2.5 a 3), se tiene lo siguiente:

Número de Pilotes	$k_{ef}/k_h$
2	0.50
3 - 4	0.33
$\geq 5$	0.25

#### 2.3.3.2 Efecto de Carga Cíclica

Se ha encontrado (Prakash, 1990) que luego de  $N=40$  a 50 ciclos, la deflexión obtenida se duplica en relación a la de la carga inicial, debido a la degradación de rigidez del suelo. Esto implica que  $k_{ef}/k_h$  se reduce a 0.4 para  $k_h$  constante y a 0.3 para  $k_h$  creciendo con profundidad.

### 2.3.3.3 Efectos Combinados

Si se consideran en conjunto los efectos anteriores, la relación  $k_{ef}/k_h$  puede eventualmente reducirse a valores menores de 0.10 (Poulos y Davis, 1980; Prakash, 1990).

## 2.4 SOLUCIONES DISPONIBLES

Compilaciones sistemáticas y revisión crítica de las diferentes soluciones se encuentran en los libros de Poulos y Davis (1980), Prakash y Sharma (1990), Fleming et al. (1985), Reese (1984) y Zeevaert (1973, 1980).

### 2.4.1 CARGA HORIZONTAL SUPERIOR

Estas cargas pueden presentarse por viento, frenado, impacto, etc. En ellas se pueden considerar los pilotes como activos mientras que el suelo está en acción pasiva y tan sólo se enumeran las soluciones actualmente más usuales.

#### 2.4.1.1 Método de Broms

Dentro de las soluciones más usadas, por su simplicidad, se encuentran las de Broms (1964a, 1964b, 1965, 1981) para pilotes flotantes en suelos "cohesivos" ( $C_u = cte$ ,  $\phi_u = 0$ ) o "friccionantes" ( $C' = 0$ ,  $\phi' = cte$ ) y con cabeza de pilote libre o empotrada. Broms deduce la carga última  $H_u$  en forma estática teniendo en cuenta dos modos de falla: falla del suelo o falla del pilote, esta última con formación de rótulas plásticas.

Se diferencian pilotes "cortos", "intermedios" y "largos" y para efectuar esta distinción se definen los parámetros (Hetenyi, 1946; Barber, 1953; Broms, 1964; Prakash, 1990):

$$\beta = (k_h D / 4EI)^{(1/4)} \quad [1/L] \quad (7)$$

$$R = (EI / k_h D)^{(1/4)} = 1/(\beta^4/2) \quad [L] \quad (8)$$

$$T = (EI / n_h)^{(1/5)} = 1/n \quad [L] \quad (9)$$

y entonces se tiene (Barber, 1953; Broms, 1981; Prakash, 1990; Reese, 1984):

Tipo de Pilote	GL	L/R	L/T ≥ 0L	Autor
Corto	≤ 1.5		≤ 2.0	Barber, Broms
Corto		≤ 2.0	≤ 2.0	Prakash
Largo	≥ 2.5		≥ 4.0	Barber, Broms
Largo		≥ 3.5	≥ 4.0	Prakash
Largo		≥ 4.0	≥ 5.0	Reese

Sin embargo deben verificarse los valores de  $H_u$  y  $M_y$  para confirmar el respectivo caso, en especial en suelos "friccionantes". En las Figuras 6 a 9 se presentan los modos de falla y las curvas de cálculo de resistencias  $H_u$  y momentos  $M_y$  presentadas por Broms.

Para el cálculo de deflexiones, Broms (1964, 1981) presenta, para

todos los casos, expresiones para la deflexión en superficie  $Y_0$ , tomadas de Barber (1953) (Tabla 2), mientras que Reese (1984) da ecuaciones para  $k_h$  constante, con las cuales es posible obtener las deflexiones  $Y$ , las pendientes  $\theta$ , los momentos  $M$ , los cortantes  $V$  y las presiones  $p$  para diferentes condiciones de borde en la cabeza del pilote (Reese, 1984), las cuales son similares a las de Hetenyi (1946). En la Tabla 3 y en la Figura 10 se presentan ayudas de cálculo para estas condiciones de Reese.

#### 2.4.1.2 Método de Reese

Otro método usual es el de Reese (1984), más complejo pero tal vez más exacto si se cuenta con los datos suficientes. Reese resuelve por diferencias finitas la ecuación:

$$EI*(d^4Y/dz^4) + Qz*(d^2Y/dz^2) - P - W = 0 \quad (10)$$

ecuación más completa que la (1) y en la cual, adicionalmente:

$$\begin{aligned} Qz &= \text{carga axial del pilote} \quad [F] \\ P &= \text{reacción del suelo} \quad [F/L] \\ W &= \text{carga distribuida a lo largo del pilote} \quad [F/L] \end{aligned}$$

La relación entre la carga y la deflexión es resuelta por medio de curvas P-Y, que dan uno de sus nombres al método, las cuales se han obtenido de ensayos de campo en pilotes instrumentados. Se tienen criterios (algo complicados) para generar curvas P-Y para los siguientes materiales térreos, tanto en carga estática como cíclica, las cuales pueden ser dúctiles o frágiles, de acuerdo al caso (Figura 11):

- Arcilla blanda
- Arcilla dura bajo y sobre la tabla de agua
- Arena
- Roca (datos escasos)

Los datos requeridos para los suelos son:

- Para arcillas: Resistencia a la Compresión Simple  $C_u$ , Peso Unitario, Deformación al 50% de la Resistencia ( $\epsilon_{50}$ ), Módulo de Reacción ( $k_h * D$ ).
- Para arenas: Angulo de Fricción  $\phi'$ , Peso Unitario, Módulo de Reacción ( $k_h * D$ ).
- Para rocas: Resistencia a la Compresión Simple, Módulo Elástico

El método provee ecuaciones para la resistencia del suelo  $P_{ult}$ , para cálculo de parámetros en el caso de  $k_h$  constante (Tabla 3) y gráficos adimensionales para  $k_h$  creciente con profundidad. Dado que el método es algo dispendioso, para su uso eficiente se dispone de un programa de computador (COM624- Reese, 1984).

#### 2.4.1.3 Método de Poulos

Poulos (Poulos y Davis, 1980) resuelve la ecuación 1 con la Teoría de Elasticidad, por medio de diferencias finitas (que implican espaciamientos iguales a lo largo del pilote), usando la ecuación de Mindlin para el desplazamiento horizontal de un punto en un

medio semi-infinito elástico, causado por una carga horizontal puntual dentro del mismo medio, desplazamiento que se iguala al de la viga que representa el pilote. El análisis elástico se modifica luego para tener en cuenta puntos de fluencia locales y se itera hasta que en ningún punto se sobrepase la presión límite  $p_y = p_{ult}$ , en un material elasto-dúctil.

Las soluciones se presentan en gráficos adimensionales y para el efecto de grupo se presenta una interesante solución con factores de interacción, los cuales pueden dar valores más realistas que las fórmulas de eficiencia.

#### 2.4.1.4 Método de Zeevaert

Zeevaert (1973, 1980) también emplea la Teoría de Elasticidad (con sus parámetros  $E_s$  y  $v_s$ ) y las ecuaciones de Mindlin, pero emplea el método de superposición y factores de influencia unitaria  $I_{ij}$  para encontrar los valores de desplazamientos horizontales (en segmentos no necesariamente iguales del pilote), expresados en la ecuación matricial HEMA, los cuales se compatibilizan con la ecuación matricial de interacción horizontal HEMI, por convergencia iterativa de los módulos horizontales de cimentación  $K_i$ :

$$K_i = X_i / \delta_i \quad [F/L] \quad (11)$$

en el cual  $X_i$  = fuerza horizontal en el segmento  $i$  [F]  
 $\delta_i$  = desplazamiento en el segmento  $i$  [L]

Se consideran 4 casos de pilotes:

- I - Pilote libre de girar en los extremos
- II - Pilote empotrado en la cabeza y libre de girar en la punta
- III - Pilote libre de girar en la cabeza y empotrado en la punta
- IV - Pilote empotrado en ambos extremos con giro en la base

puede emplearse cualquier tipo de estratificación (Figura 12), pero en principio no considera materiales frágiles.

#### 2.4.1.5 Otras Soluciones

Para materiales c- $\phi$  existen soluciones de Hu para pilotes cortos de Brinch Hansen y Poulos (Poulos y Davis, 1980; Prakash, 1990). Para suelos estratificados hay soluciones de Davisson y Gill (Poulos y Davis, 1980; Prakash, 1990), pero igualmente son aplicables los métodos de Reese, Poulos y Zeevaert. Para pilotes inclinados y/o cargas inclinadas existen soluciones de Broms (Poulos y Davis, 1980), Vesic (1977) y para grupos con cargas inclinadas hay varios estudios de Meyerhof (Prakash, 1990).

#### 2.4.2 CARGA POR DEFORMACION DEL SUELO

Esta carga se presenta, por ejemplo, en taludes, cimentaciones profundas aledañas a terraplenes, etc. (Figura 13) y ha recibido tal vez menor atención que la carga externa superior. En este caso se pueden considerar los pilotes como pasivos mientras que el suelo está en acción activa y la ecuación equivalente a la (1b) que hay que resolver sería (DeBeer, 1977):

$$EI(d^4Y/dZ^4) - k_h * D * (Y - Y_s) = 0 \quad (12)$$

en la cual  $Y$  = desplazamiento relativo pilote-suelo  
 $Y_s$  = desplazamiento del suelo si no estuviera el pilote [L].

Como lo anotan el mismo DeBeer (1977) y Poulos (Poulos y Davis, 1980), la gran dificultad estriba en determinar  $Y_s$ , puesto que los valores teóricos difieren bastante de los observados, ya que realmente  $Y_s$  no es independiente de la presencia de los pilotes.

#### 2.4.2.1 Carga en Pilotes por Taludes

Para este problema existen numerosos estudios, entre otros por Fukuoka (1977), Ito y Matsui (1977) y algunos mencionados en Leventhal y Mostyn (1987), llevados a cabo por Rowe y Poulos, Wang y Yen, Viggiani, Winter et al., etc. En general se han desarrollado para estudiar estabilización de taludes con pilotes, pero dada la incertidumbre existente, deben investigarse y compararse varios métodos y tal vez sólo el de Viggiani tiene en cuenta el efecto de pilote pasivo y suelo activo.

#### 2.4.2.2 Carga en Pilotes por Sobrecargas Superficiales

Típicos de estos estudios son entre otros los de Poulos (Poulos y Davis, 1980), Cañizo y Merino (1977), Marche et al (1977), Oteo (1977) y DeBeer (1977). En general tratan de la influencia de rellenos adyacentes en pilotes empleando teoría elástica (Poulos, Cañizo), análisis dimensional (DeBeer, Oteo) o el módulo de reacción (Marche). Adolecen, como ya se dijo al comienzo, de la dificultad de poder predecir las deformaciones del suelo y luego su transformación a cargas sobre los pilotes.

#### 2.4.2.3 Cargas Combinadas

En algunos casos es necesario superponer las cargas horizontales debidas a la deformación del suelo con la carga horizontal en la cabeza de los pilotes, como en estribos de puentes, muros de contención, etc. Por ejemplo, Schmidt (1977) trata el caso de pilotes de muros en taludes, en los cuales demuestra, con datos de campo, la reducción de capacidad de carga de los pilotes por el efecto de deformación del suelo en el terreno inclinado y Wallays (1977) estudia casos de pilotes cargados lateralmente cercanos a rellenos, con resultados similares. En estos casos con probable superposición de efectos, es necesario ser conservadores.

### 3.0 PILOTES SOMETIDOS A CARGA LATERAL DINAMICA

En este caso, hay que distinguir nuevamente las cargas superiores externas y las que vienen por el suelo como los sismos o explosiones subsuperficiales. La solución de éstos últimos problemas, que son el aspecto principal del presente artículo, aún no se encuentra completamente acabada (Tajimi, 1977; Prakash, 1990), pero hay algunas soluciones, que aunque aproximadas, sirven para plantear métodos de diseño relativamente racionales, para evitar acudir al simplismo usual de evaluar, como efecto sísmico, únicamente la resistencia lateral  $H_u$  para un pilote individual.

La literatura es abundante: por ejemplo, Penzien (1970), Zeevaert (1973,1980,1988), De Beer, ed. (1977), Tajimi (1977), Boshinov (1977), Flores (1977,1982), Kishida (1977,1981), DeAlba (1983), Kagawa (1983), EERI (1984), JSCE (1984, 1988), Prakash (1990), etc.

### 3.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el caso de carga dinámica y en especial en sismos se presenta el caso de superposición de dos efectos:

- a) La carga dinámica generada por la deformación del suelo y transmitida a la superestructura por los pilotes.
- b) La carga dinámica horizontal debida a la superestructura y transmitida al suelo por los pilotes.

En el caso de carga externa la acción (b) ocurre primero y (a) es la reacción del suelo ante (b).

En el caso de sismos, el modelo estructural equivalente usual corresponde a la acción (b), pero en realidad antes sucede la acción (a) y (b) es la reacción de la estructura ante (a). Además, la masa total y el nivel de energía involucrados en un sismo fuerte es muchísimo mayor que en el caso de carga externa.

Debido a que los suelos normalmente son materiales elasto-plásticos, heterogéneos y anisotrópicos, el orden en que se suceden las cargas y los niveles de esfuerzos son muy importantes en su comportamiento, en especial el dinámico. Además, por ser materiales trifásicos (aire, agua, sólido), los movimientos vibratorios normalmente hacen crecer las presiones de fluidos, crecimiento que hace disminuir la resistencia y la rigidez de los suelos, llegando al extremo de volverlos líquidos, en el caso de materiales incoherentes sueltos que no poseen sino resistencia a la fricción (licuación dinámica).

Todo lo anterior hace que los dos casos de carga (carga dinámica lateral superior y carga sísmica) no sean necesariamente equivalentes.

### 3.2 DEFINICION DEL PROBLEMA

En el caso de sismo, la ecuación para carga lateral viene dada por (Flores, 1977; Barghouthi et al., 1984; Nogami, 1984)(Figura 14):

$$EI*(\delta^4 Y / \delta z^4) + m*(\delta^2 Y_p / \delta t^2) + c*(\delta Y / \delta t) + \Gamma*(Y_p - J_s) = 0 \quad (13)$$

en la cual, adicionalmente a lo definido anteriormente:

Y	= desplazamiento relativo pilote-suelo	[L]
m	= masa del pilote por unidad de longitud	[M/L]
Y <sub>p</sub>	= desplazamiento absoluto del pilote = Y + J <sub>g</sub>	[L]
c	= coeficiente generalizado de amortiguamiento	[FT/L <sup>2</sup> ]
Γ	= módulo lateral del suelo	[F/L <sup>2</sup> ]
J <sub>s</sub>	= desplazamiento absoluto del suelo = J + J <sub>g</sub>	[L]
J <sub>g</sub>	= desplazamiento absoluto de la punta del pilote	[L]
t	= tiempo	[T]

Como las cargas sísmicas horizontales son generadas por las ondas de cortante principalmente, el módulo del suelo que controla las deformaciones laterales es el Módulo Dinámico de Cortante  $G_d = E_d/[2*(1+\nu_d)]$ , el cual es superior al estático y se degrada histeréticamente con la deformación dinámica (lo que es totalmente coherente con la disminución de  $k_h$  con ciclos de carga, ya mencionada en 2.3.3.2.), degradación que implica un crecimiento con la deformación de la disipación de energía, expresada en el porcentaje de amortiguamiento  $\Omega$ , hechos ya suficientemente conocidos (p. ej. Seed e Idriss, 1970; Sarria, 1990).

Además, por la rapidez de aplicación de la carga cíclica, las condiciones usualmente son no drenadas, en la mayoría de los casos puede adoptarse  $\nu = 0.5$  y hay una generación de presión de poros  $\Delta u_{ps}$ , causada principalmente a los esfuerzos de corte. Debido al carácter dinámico de la carga, adicionalmente,  $k_h$  debe tomarse a los niveles de deformación esperados, lo cual hace aún más difícil el problema.

La solución general a la ecuación 13 (p.ej. Barghouthi, 1984), asumiendo movimiento armónico:

$$J_z(t) = J_{go} * \exp(i\omega t) \quad (14)$$

$$J_z(Z,t) = J_{go}(Z) * \exp(i\omega t) \quad (15)$$

$$Y(Z,t) = Y(Z) * \exp(i\omega t) \quad (16)$$

es del tipo:

$$Y = C_1 * \cosh(\mu Z) + C_2 * \sinh(\mu Z) + C_3 * \cos(\mu Z) + C_4 * \sin(\mu Z) - J_{go} + S(Z) \quad (17)$$

en la cual  $C_j$  = constantes de integración, determinadas por las condiciones de borde [L]

$\mu$  = longitud equivalente =  $\mu(E, I, \Gamma, m, \omega_n)$  [L]

$\omega_n$  = frecuencia del sistema =  $2\pi/T_n$  [1/T]

$T_n$  = período del sistema [T]

$J_{go}$  = desplazamiento máximo de la punta del pilote [L]

$S(Z)$  = solución singular de la ecuación [L]

= función de interacción

### 3.3 ALGUNAS SOLUCIONES DISPONIBLES PARA PILOTES FLOTANTES

En este caso, normalmente el pilote "largo" sigue los movimientos del suelo, lo que facilita la solución.

#### 3.3.1 SOLUCION DE PRAKASH

Prakash y Chandrasekaran (Prakash y Sharma, 1990) realizaron un extenso análisis paramétrico unidimensional empleando un modelo de masas, resortes y amortiguadores concentrados y una masa en la cabeza del pilote. Emplearon módulos de reacción constante y variando linealmente con profundidad y obtuvieron gráficos y parámetros para diseño, recomendando el siguiente procedimiento:

- Estimar parámetros del suelo ( $k_h$  o  $n_h$ , para Prakash  $\Gamma = K = k_h * D$ ), modificados por acción de grupo y carga cíclica.
- Calcular  $R$  o  $T$  según sea el caso (ver 2.3.3.1) y el factor de profundidad máxima  $Z_{m\acute{a}x} = L/R$  o  $L/T$ .



- c) Estimar la masa del edificio que vibra con los pilotes  $W$ , la cual es una fracción de la carga muerta (usualmente 80%).
- d) Obtener los factores de frecuencia  $F$  (Figura 15)
- e) Calcular la frecuencia del sistema  $w_{n1}$  y el período  $T_{n1}$  :

$$w_{n1} = F_{CL}/[W/(g*K*R)]^{0.5} \quad (18a)$$

$$w_{n1} = F_{SL}/[W/(g*n_h*T^2)]^{0.5} \quad (18b)$$

$$T_{n1} = 2\pi/w_{n1} \quad (19)$$

- f) Con el períodos y un espectro tripartito, determinar el desplazamiento espectral  $S_d$ , para amortiguamiento de 5 o 10%, el cual es la deflexión en la cabeza del pilote  $Y_o$ .
- g) Calcular el momento flector  $M_{máx}$  (Tabla 4).
 
$$M_{máx} = A_{me}*K*R^2*S_d \text{ o } M_{máx} = B_{me}*n_h*T^3*S_d \quad (20)$$
- h) Con el valor de  $Y_o = S_d$ , obtener la deformada  $Y(Z)$ , asumiéndola igual a la estática, con el Método de Reese u otro.
- i) Obtener la presión del suelo  $p(Z) = K*Y(Z)$  o  $p=n_h*Z*Y(Z) < p_{ult}$
- j) Obtener los valores de Momento y Cortante a lo largo del pilote
- k) Adicionar los valores dinámicos a los estáticos.
- l) Diseñar estructuralmente el pilote.

### 3.3.2 SOLUCION DE BOSHINOV

Boshinov (1977) resuelve el problema para pilotes largos, con una masa equivalente en la cabeza del pilote  $M$  y aplicando el principio de mínima energía potencial con el método de Rayleigh-Ritz, empleando deformadas típicas.

Con el fin de tener en cuenta las deformaciones del suelo, la carga máxima en la cabeza del pilote se duplica, resultando en:

$$P = 2*M*a \quad (21)$$

en dónde  $a$  = aceleración máxima del sistema [L/T<sup>2</sup>]

y con el método se deducen la deformada elástica, la longitud activa, la deflexión máxima y el momento máximo para el pilote, tanto para cabeza del pilote libre como empotrada, en el caso de módulo de reacción creciente con profundidad (Tabla 5).

Alternativamente, a los valores de deformada con  $P= M*a$ , se pueden adicionar los valores de deformación dinámica del suelo calculados en vibración de campo libre y luego deducir los parámetros de momento, cortante y presión a lo largo del pilote.



### 3.4 ALGUNAS SOLUCIONES DISPONIBLES PARA PILOTES DE PUNTA

#### 3.4.1 SOLUCION DE BARGHOUTI ET AL. (1984).

En esta solución se tiene un pilote sin carga en la cabeza y para la ecuación (13) se adopta  $c = 0$  y además:

$$\Gamma = G*(s_1 + i*s_2) \quad (22)$$

en donde  $G = \text{módulo de cortante del suelo} \quad [F/L^2]$   
 $s_1, s_2 = \text{funciones adimensionales de Novak en deformación plana del factor } a_0 \quad [1]$   
 $a_0 = (D/2)*\alpha \quad [1] \quad (23a)$   
 $\alpha = w_n/V_s \quad [1/L] \quad (23b)$   
 $V_s = \text{velocidad de cortante del suelo} \quad [L/T]$

y se obtiene, en la ecuación (17):

$$\mu^4 = (m*w_n^2 - \Gamma)/EI \quad (24)$$

$$S(Z) = J_{s0} * q' * \cos(\alpha Z) \quad (25)$$

en la cual  $J_{s0}(t) = \text{desplazamiento del suelo en la superficie}$

$$q' = \Gamma / (EI*\alpha^4 - m*w_n^2 + \Gamma) \quad (26)$$

Adicionalmente presenta soluciones para ondas Rayleigh y también para respuesta vertical del pilote, tanto para ondas de compresión como para ondas Rayleigh, pero no determina valores de  $w_n$ .

Esta solución provee la primera parte del problema, es decir la acción del suelo sobre los pilotes.

#### 3.4.2 SOLUCION DE FLORES HERRONES (1984).

Flores (1977, 1982) tiene una solución esencialmente igual a la de Barghouti et al. y obtenida antes que ésta, pero coloca la coordenada vertical  $x$  a partir de la punta del pilote y en sentido contrario, i.e.  $x = L - Z$

adapta además  $\Gamma = k_b * D$   
 $\mu^4 = (k_b * D - m*w_n^2)/(4EI) \quad (27)$

y considera una masa  $M$  en la cabeza del pilote.

Para el caso usual de pilote empotrado en la cabeza y articulado en la punta, la frecuencia viene dada por:

$$w_n^2 = (4EI*\mu^3/M) * g(\mu L) \quad (28)$$

$$g(\mu L) = [\sinh^2(\mu L) + \cos^2(\mu L)] / [\sinh(\mu L) * \cos(\mu L) - \sin(\mu L) * \cosh(\mu L)] \quad (29)$$

Como aproximación inicial se puede asumir  $m=0$  y entonces  $\mu=\beta$ , con lo cual se obtiene la Figura 16, que resulta en frecuencias algo inferiores pero próximas a las reales. En la Figura 17 se presentan adicionalmente un resultados típico con éste método.

### 3.5 ALGUNAS SOLUCIONES GENERALES DISPONIBLES

#### 3.5.1 SOLUCION DE NOVAK

Novak (en Prakash y Sharma (1990) y Davis y Poulos (1980)), provee constantes de rigidez y amortiguamiento, para vibración vertical, horizontal y torsional, con los cuales transforma el sistema en uno amortiguado equivalente de un grado de libertad, de fácil solución.

#### 3.5.2 SOLUCION DE ZEEVAERT

En éste método, esencialmente similar al mencionado en 2.4.1.4, se procede de la siguiente forma:

- a) Se evalúa el período propio del suelo, bien con el Método de Zeevaert o con métodos aproximados (p.ej. Dobry et. al., 1976).
- b) Se calculan desplazamientos, cortantes y distorsiones angulares del suelo a lo largo del pilote.
- c) Se forma la ecuación matricial HEMAS y se itera con la ecuación matricial HEMIS hasta encontrar compatibilidad de los módulos horizontales  $K_1$ . (Figura 18)
- d) Alternativamente se emplea la ecuación matricial integral HEMISE y se obtienen directamente valores de los momentos en los extremos del pilote y de las reacciones a lo largo del fuste.
- e) Luego se deducen los desplazamientos, distorsiones, cortantes, momentos y presiones en toda la longitud.

Tiene las mismas ventajas y desventajas del caso estático y las matrices son tediosas de formar a mano, pero con la ayuda de computador se facilitan los cálculos.

#### 3.6 EFECTO DE GRUPO

En el método de Novak, se pueden combinar las constantes individuales para obtener las del grupo y otra alternativa es la de emplear los coeficientes de interacción de Poulos. Pero en forma simplificada se pueden seguir los mismos lineamientos que para carga estática. Kagawa (1983) presenta un completo estudio de grupos bajo carga dinámica para el caso elástico, que valida en algo los factores estáticos. Igual cosa sucede con ensayos en modelos por El-Sharnouby y Novak y en centrífuga por Finn y Gohl (Prakash y Sharma, 1990).

#### 3.7 PILOTES EN SUELOS LICUABLES

DeAlba (1983) con modelos en tanque, encontró que para factores de seguridad estáticos, relaciones de presiones de poros dinámicas ( $\Delta u_g / \sigma'_o$ ) superiores a 0.4 ya podían causar falla de los pilotes, indicada por asentamientos excesivos. Por su parte los estudios de pilotes fallados en Niigata (p.ej. Kishida, 1981) indican que, además de asentamientos, ocurre pérdida de reacción lateral y de sobrecarga en la punta del pilote, cambiando desfavorablemente las condiciones de soporte y de flexión del pilote.

### 3.8 EJEMPLO

En las Figuras 19 a 23 se presenta un ejemplo de resultado de cálculo para pilotes cortos de punta, en un suelo muy blando y sometidos a un sismo intenso.

### 4.0 ALGUNAS CONCLUSIONES

La solución del problema aún tiene muchas incógnitas, que se irán despejando en el futuro, pero de lo descrito se pueden obtener algunas conclusiones:

a) Los valores de resistencia y deformación de un sólo pilote sometido a una carga horizontal pseudo-estática equivalente al sismo de diseño normalmente subestima los esfuerzos a que están sometidos los pilotes en un sismo. Esta situación se empeora al emplear valores estáticos de las propiedades del suelo.

b) En el espectro de aceleraciones resultante para el conjunto total usualmente se presentan dos picos, uno para  $T = T_s$  = período del suelo y otro para  $T = T_b$  = período del sistema suelo-pilote-edificio (Figura 24a). Algo similar ocurre para las fuerzas cortantes de base (Figura 24b).

c) Como consecuencia de lo anterior se deben sumar los efectos de interacción entre pilotes y suelo, para llegar a valores de diseño aceptables (Figura 25-Sigimura, 1981)

d) Hay actualmente métodos para calcular éstas dos respuestas. Dentro de los simplificados los de Prakash y Boshinov, permiten aproximaciones al problema. Por su parte, dentro de los métodos detallados, el de Zeevaert, que salió adelante en la rigurosa prueba del sismo de México en 1985, parece ofrecer una respuesta adecuada sin necesidad de grandes esfuerzos computacionales.

e) En pilotes cortos y rígidos hay necesidad de extremar las precauciones y refinar los cálculos.

f) La cimentación con pilotes varía la frecuencia del sistema y puede, dentro del espectro, llevar el sistema a aceleraciones y superiores a las que tendría sin pilotes.

g) Siempre es indispensable tener en cuenta los efectos sísmicos de degradación de las propiedades del suelo aunque no haya fallas, pues el sistema queda debilitado, y aunque la probabilidad es baja, pueden presentarse dos sismos seguidos de magnitud importante, como en México (1985), Murindó (1982).

h) La práctica usual de reforzar solo la fracción superior de los pilotes queda casi totalmente desvirtuada con lo que se puede deducir de este artículo. En consecuencia los refuerzos deben corresponder a las solicitaciones esperadas, las cuales, como se ha tratado de demostrar, son calculables.

ALVARO J. GONZALEZ G  
Bogotá, Septiembre 1993

## REFERENCIAS

- BARGHOUTHI, A.F. ; BOSSCHER, P.J.; SAUL, W.K. (1984).- Analysis of Pile Foundations for Aseismic Design- en EERI (1984)-pp.545-552
- BARBER, R.S.(1953).- en Poulos y Davis (1980), pp.168-170
- BOSHINOV, B. (1977).- Deformations and Efforts in Vertical Piles due to Seismic Loading - en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 137-139
- BROMS, B.B. (1964a).- Lateral Resistance of Piles in Cohesive Soils - Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 90, No. SM2.
- BROMS, B.B. (1964b).- Lateral Resistance of Piles in Cohesionless Soils- Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 90, No. SM3.
- BROMS, B.B. (1965).- Design of Laterally Loaded Piles - Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 91, No. SM3
- BROMS, B.B. (1981).- Precast Piling Practice- 126pp- Thomas Telford Ltd. London, 1981.
- CANIZO, L.; MERINO, M. (1977).- Bending of Piles Due to Nearby Surface Loads in Elastic Soil- en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 59-64
- CLOUGH, R.W.; PENZIEN, J. (1975).- Dynamics of Structures- McGraw Hill International Edition.
- DAVISSON, M.T., GILL, H.L. (1963).- Laterally Loaded Piles in a Layered Soil System - Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 89, No. SM3.
- DeALBA, P. (1983).- Pile Settlement in Liquefying Sand Deposit - Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 109, No. 9, September 1983
- DeBEKKER, E., Ed. (1977).- The Effect of Horizontal Loads on Piles Due to Surcharge or Seismic Effects- Proceedings Specialty Session 10- IX ICSMFE- Tokyo - Japanese Association for Steel Pipe Piles.
- DeBEKKER, E. (1977).- Piles Subjected to Static Lateral Loads - State of the Art Report-en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 1-14
- DELGADO, M. (1993).- El Coeficiente de Balasto- II Encuentro de Ingenieros de Suelos y Estructuras- Escuela Colombiana de Ingenieria- Bogotá, Sept. 1993
- DOBRY, R.; OWEIS, I.; URZUA, A. (1978).- Simplified Procedures for Estimating the Fundamental Period of a Soil Profile - Bulletin Seismological Soc. of America No. 66- Vol 4
- EERI (1984).- Proceedings of the VIIIth World Conference on Earthquake Engineering- Vol III- San Francisco- Prentice-Hall Inc.

- FLEMING, W.G.K; WELTMAN, A.J.; RANDOLPH M.F.; ELSON W.K. (1985).- Piling Engineering - Surrey University Press; Halsted Press, 380 pp., London, 1985
- FLORES-BERRONES, R.J. (1977).- Behaviour of End Bearing Piles under Seismic Forces - en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 159-184
- FLORES-BERRONES, R.J.; WHITMAN, R.V. (1982).- Seismic Response of End Bearing Piles - Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 108, No. 4, March 1982
- FUKUOKA, M. (1977).- The Effects of Horizontal Loads on Piles due to Landslides- en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 27-41
- GIBSON, R.E. (1974).- The Analytical Method in Soil Mechanics - 14th Rankine Lecture.- Geotechnique 24 No. 2, pp 113-140.
- GONZALEZ, A.J. (1993).- Módulo de Reacción de Subrasante en Cimentaciones Superficiales- II Encuentro de Ingenieros de Suelos y Estructuras- Escuela Colombiana de Ingeniería- Bogotá, Sept. 1993
- HETENYI, M. (1946).- Beams on Elastic Foundations- University of Michigan Press., Ann Arbor
- ITO, T.; MATSUI, T. (1977).- The Effects of Piles in a Row on the Slope Stability - en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 81-88
- JAMIOLKOWSKI, M.; GARASSINO, A. (1977).- Soil Modulus for Laterally Loaded Piles - en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 44-58
- JSCE (1984).- Earthquake Resistant Design for Civil Engineering Structures in Japan - Japanese Society of Civil Engineers, Tokyo
- JSCE (1988).- Proceedings of the IXth World Conference on Earthquake Engineering- Tokyo .
- KAGAWA, T. (1983).- Dynamic Lateral Pile-Group Effects- Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 109, No. 10, October 1983
- KISHIDA, H. (1981).- Damage of Piles Subjected to Earthquakes - Preprint Paper- 24 pp.
- KISHIDA, H.; NAKAI, S. (1977).- Large Deflection of a Single Pile under Horizontal Load.- en DeBeer, Ed. (1977)- pp. 87-92
- LEVENTHAL, A.R.; MOSTYN, G.R. (1987).- Slope Stabilization Techniques and Their Application - en Soil Slope Instability and Stabilisation- pp. 183-230 -Walker & Fell, Eds- Balkema
- MAMOON, S.M.; AHMAD, S. (1990).- Seismic Response of Piles to Obliquely Incident SH, SV and P Waves - Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 116, No. 2, February 1983.
- MARCHE, R.; SCHNEKBERGER, C.E. (1977).- Prévision des Moments de Flexion dans les Pieux Soumis à des Déplacements Horizontaux du Sol - en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 93-100.

MATLOCK, H.; REESE, L. (1960).- Generalized Solution for Laterally Loaded Piles - Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 86, No. SM5.

NOGAMI, T.; CHEN, H.L. (1984).- Effects of Pile Group Foundation on Seismic Response of Structure - en EERI (1984)-pp.553-560

OHSAKI, Y.; HAGIWARA, T. (1970).- On Effects of Soils and Foundations upon Earthquake Inputs to Buildings- BRI Research Paper No. 41- Building Research Institute- Tokyo- June 1970

OTEO, C.S. (1977).- Horizontally Loaded Piles. Deformation Influence - en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 101-106

PENZIKEN, J. (1970).- Soil-Pile Foundation Interaction- en Earthquake Engineering- Wiegel, Ed.- Prentice-Hall

POULOS, H.G.; DAVIS, E.H. (1974).- Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics - 411 pp.- John Wiley & Sons. Inc

POULOS, H.G.; DAVIS, E.H. (1980).- Pile Foundation Analysis and Design - 397 pp.- John Wiley & Sons. Inc, NY

PRAKASH, S.; SHARMA, H.D (1990).- Pile Foundations in Engineering Practice , 727pp - John Wiley & Sons- N.Y.= PRAKASH (1990)

REESE, L.C. (1984).- Handbook on Design of Piles and Drilled Shafts under Lateral Load - 386pp - Federal Highway Administration, July

REESE, L.C.; DESAI, CH. (1978).- Laterally Loaded Piles - en Numerical Methods in Geotechnical Engineering- Desai & Christian, Ed.- pp. 297-325- McGraw Hill Book Co.

SARRIA, A. (1990).- Ingeniería Sísmica - Ediciones Uniandes-Bogotá

SCHMIDT, H.G. (1977).- Large Diameter Bored Pile for Abutments- en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 107-112

SEKD, H.B. (1986).- Influence of Local Soil Conditions on Ground Motions and Building Damage During Earthquakes - 8th Nabor Carrillo Lecture - 164pp - Soc. Mexicana de Mecánica de Suelos, 1987

SEKD, H.B.; IDRISSE, I.M. (1970).- Soil Moduli and Damping Factors for Dynamic Response Analyses- Report EERC 70-10- University of California- Berkeley.

SIGIMURA, Y. (1981).- Participation Factor of Horizontal Load Applied to Pile Foundation - BRI Research Paper No. 87 - Building Research Institute- Tsukuba- March 1981

SMMS (1976).- Cimientos Profundos Colados en Sitio - G. Springall Ed. - 174pp - Soc. Mexicana de Mecánica de Suelos - Junio 1976

TAJIMI, H. (1977).- Seismic Effects on Piles- State of the Art Report - en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 15-26

**TERZAGHI, K. (1955).- Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction - Geotechnique, Vol. 5, No. 4, pp. 1011-1043, Dec. 1955.**

**VESIC, A. (1961).- Bending of Beams Resting on Isotropic Elastic Solid - Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 87, No. EM2, pp. 35-53.**

**VESIC, A. (1977).- Design of Pile Foundations- NCHRP Synthesis 42 - 68pp- National Cooperative Highway Research Program- Transportation Research Board - Washington D.C.-1977**

**WALLAYS, M. (1977).- Pile Bending Induced by Unsymmetrical Surcharges on the Soil Around a Pile Foundation - en DeBeer, Ed. (1977)-pp. 119-124.**

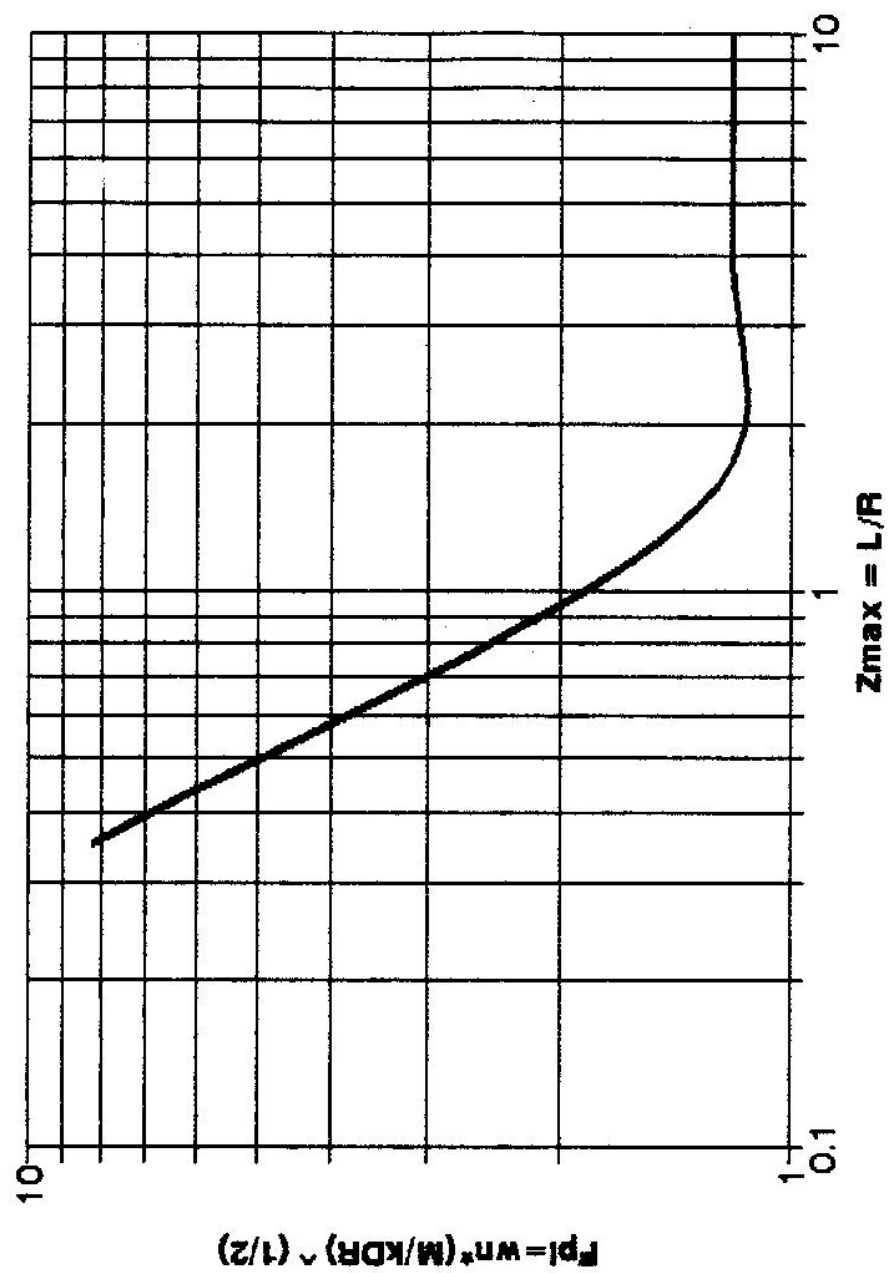
**YOKOYAMA, Y. (1985).- A Non-Linear Analysis of Pile Structures- Soils and Foundations.- Vol 25 No. 4, December, 1985, pp. 92-102**

**ZKEVAERT, L. (1973).- Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions - Van Nostrand Reinhold Co.**

**ZKEVAERT, L. (1980).- Interacción Suelo-Estructura de Cimentación - Primera Reimpresión Actualizada-1991- 256 pp.- Editorial Limusa-Noriega- México D.F.**

**ZKEVAERT, L. (1987).- Interacción Suelo-Estructura de Cimentaciones Profundas en Edificios Altos - VIII Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Fundaciones - Vol. 1 -pp. 145-169 -Soc. Colombiana de Geotecnia-Cartagena, Colombia, Agosto 1987**

**Fig.16- PILOTES DE PUNTA- FRECUENCIA**  
**ANALISIS DE FLORES BERRONES**





## MODULO DE REACCION DE SUBRASANTE EN CIMENTACIONES SUPERFICIALES

ALVARO J. GONZALEZ G.

-Ingeniero Civil U.N., M.Sc., DIC  
-Socio Director- Análisis Geotécnicos Colombianos AGC Ltda.  
-Profesor Asociado -Fac.de Ingeniería- U.Nacional.- Bogotá

### 1.0 INTRODUCCION

Con el fin de estimar adecuadamente los esfuerzos máximos a que estarán sometidos elementos estructurales en contacto continuo con materiales térreos, tales como pavimentos, cimientos, traviesas de ferrocarril, etc, se requiere conocer la deformabilidad de la estructura térrea, ante la acción de las cargas impuestas.

### 2.0 CONCEPTO DEL MODULO DE REACCION DE SUBRASANTE (k)

El módulo de reacción de subrasante  $k$  [F/L<sup>3</sup>], se define como:

$$k = \sigma / \delta \quad (1)$$

en donde  $\sigma$  = esfuerzo normal  
 $\delta$  = deformación en la dirección de  $\sigma$ .

El objetivo de este parámetro es el de reemplazar una masa de suelo por resortes elásticos equivalentes, con una constante  $k$  por unidad de área, lo que realmente es una conveniencia matemática que facilita los cálculos de esfuerzos y deformaciones en las interfases estructura-suelo, puesto que las deformaciones se hacen directamente proporcionales a los esfuerzos aplicados.

El concepto fué introducido por Winkler, y posteriormente desarrollado, discutido y usado por la profesión. Dado que, como se demostrará posteriormente, este parámetro no es una propiedad intrínseca del suelo, hay múltiples modelos para su evaluación y no es posible determinarlo unívocamente con ensayos normalizados.

En los siguientes apartes se hace una revisión sucinta de algunos de los modelos más usuales, y, debido al carácter del módulo de reacción, necesariamente los modelos se basan en la teoría de la elasticidad. Se consideran cargas verticales únicamente.

### 3.0 MEDIO SEMI-INFINITO HOMOGENEO

Para este caso ideal hay varias soluciones explícitas, ya evaluadas hace años.

#### 3.1 Area Circular

Para un área circular de radio  $R$ , con una carga superficial uniforme  $q$ , las deformaciones verticales  $\delta$  y el módulo de reacción  $k$  están dados por :

$$\delta = [q \cdot R \cdot I_0] \cdot [(1 - \nu^2) / E] \quad (2)$$

$$k = q/\delta = [E/(1-v^2)]/[R*I_c] \quad (3)$$

en donde  $\delta$  = deflexión vertical superficial [L]  
 $q$  = carga vertical por unidad de área [F/L<sup>2</sup>]  
 $E$  = módulo elástico del suelo [F/L<sup>2</sup>]  
 $v$  = relación de Poisson del suelo  
 $I_c$  = factor de influencia para carga circular  
 $= I_{cf}$  = factor de influencia para carga circular flexible  
 (p.ej. Das, 1985)  
 = 2.000 para el centro  
 = 1.273 para el borde  
 = 1.70 para la deflexión promedio  
 $= I_{cr}$  = factor de influencia para carga circular rígida  
 =  $\pi/2$  = 1.571 (Poulos y Davis, 1974)

### 3.2.- Area Rectangular

Para esta forma, con dimensiones B (ancho) por L (largo) y con una carga unitaria  $q$ , las deformaciones superficiales están dadas por:

$$\delta = [q*B*I_r]*[(1-v^2)/E] \quad (4)$$

y entonces

$$k = q/\delta = [E/(1-v^2)]/[B*I_r] \quad (5)$$

en donde  $\delta$  = deflexión vertical superficial [L]  
 $q$  = carga vertical por unidad de área [F/L<sup>2</sup>]  
 $E$  = módulo elástico del suelo [F/L<sup>2</sup>]  
 $v$  = relación de Poisson del suelo  
 $I_r$  = factor de influencia para carga rectangular  
 $= I_{rf}$  = factor de influencia - carga rectangular flexible  
 (Steinbrenner, 1934; en p.ej. Bowles, 1982)  
 =  $2*F_{10}$  para el centro  
 =  $F_{10}$  para la esquina  
 =  $1.696*F_{10}$  en promedio

$$F_{10} = (1/2\pi)\{\ln[(X+m)/(X-m)] + m*\ln[(X+1)/(X-1)]\} \quad (6a)$$

$$X = (1+m^2)^{1/2} \quad (6b)$$

$$m = L/B \quad (6c)$$

$$\begin{aligned} &= I_{rr} = \text{factor de influencia - carga rectangular rígida} \\ &I_{rr} = [(m)^{1/2}]/T(m) \text{ (Poulos y Davis, 1974)} \quad (7) \\ &T(m) = \text{función de } m = L/B \text{ con } T > 1.0 \end{aligned}$$

### 3.3.- Análisis Inicial

De los anteriores dos casos elementales se deducen cuatro conclusiones iniciales interesantes:

- $k$  es función de las propiedades elásticas del suelo ( $E, v$ ), como era de esperarse.
- $k$  varía inversamente de las dimensiones de la zona cargada ( $R, B$  y  $L$ ), hecho ya observado por Terzaghi (1955).

- c)  $k$  depende de la rigidez relativa entre la estructura y el suelo  
d)  $k$ , para estructuras flexibles, depende del punto de medida de la deformación vertical.

Por todo lo anterior, y como se anunció al principio, el módulo de reacción de los suelos  $k$  no es sino un artificio de cálculo y no una propiedad fundamental del suelo, así éste sea homogéneo, isotrópico y elástico. De ahí la dificultad inherente para su evaluación, más aún cuando los suelos reales son heterogéneos, anisotrópicos e inelásticos.

### 3.4.- Aproximación Inicial

Sin embargo, para los dos casos anteriores, es posible obviar en parte estos inconvenientes adoptando:

- 1)  $\delta$  =  $\delta_f$  promedio para estructuras flexibles  
=  $\delta_r$  = para estructuras rígidas (Poulos & Davis, 74)  
=  $1/2 [\delta_f(\text{centro}) + \delta_f(\text{borde})]$  (círculo)  
=  $1/3 [2\delta_f(\text{centro}) + \delta_f(\text{esquina})]$  (rectángulo)
- 2)  $D$  = dimensión menor de la estructura  
=  $2R$  para caso circular  
=  $B$  para el caso rectangular
- 3)  $K$  =  $k \cdot D$  = módulo de deformabilidad

Con estas aproximaciones la expresiones para  $K$  quedarían:

$$\text{Círculo:} \quad K_{cf} = 1.1765 \cdot [E/(1-v^2)] \quad (8a)$$

$$K_{cr} = 1.2221 \cdot [E/(1-v^2)] \quad (8b)$$

$$\text{Rectángulo:} \quad K_{rf} = [0.5896/F_{10}] \cdot [E/(1-v^2)] \quad (9a)$$

$$K_{rr} = [0.6000/F_{10}] \cdot [E/(1-v^2)] \quad (9b)$$

Dada la gran similitud de los coeficientes, para los dos casos anteriores se puede adoptar entonces:

$$K_c = I \cdot [E/(1-v^2)] \quad (10)$$

en donde  $I$  = factor de influencia = 1.2 para círculo  
=  $0.6/F_{10}$  para rectángulo

Lo anterior se confirma con el análisis de Vesic (1981) para una viga infinitamente larga de base  $B$ , módulo elástico  $E_v$  e inercia  $I_v$ , caso en el cual el módulo de deformabilidad está dado por:

$$K = k_B = 0.65 \cdot [(E \cdot B^4)/(E_v I_v)]^{(1/12)} \cdot [E/(1-v^2)] \quad (11)$$

la cual en la mayoría de los casos se aproxima bastante a la expresión:

$$K = (1/2) \cdot [E/(1-v^2)] \quad (11a)$$

#### 4.0 MEDIO SEMI-INFINITO HETEROGENEO

Para este medio en el presente informe se presentan dos casos usuales: a) variación funcional de los parámetros elásticos con profundidad y b) materiales en capas.

##### 4.1.- Variación Funcional de Parámetros Elásticos

###### A) Variación Lineal

El caso de variación lineal creciente con profundidad ha sido elegantemente resuelto por Gibson (1974), para el caso en el cual los parámetros elásticos varían :

$$G(z) = G(0) + m \cdot z \quad (12a)$$

$$v = \text{constante} \quad (12b)$$

en dónde  $G$  = módulo de rigidez =  $E/[2 \cdot (1+v)]$   $[F/L^2]$

$v$  = relación de Poisson

$z$  = profundidad  $[L]$

$G(0)$  = módulo de rigidez superficial  $[F/L^2]$

$m$  = variación de  $G$  con  $z$  ( $dG/dz = m > 0$ )  $[F/L^3]$

para el caso  $v=0.5$  ,  $G(0) = 0$  y únicamente para este caso:

$$k = 2m \quad (13)$$

y tal vez es la única ocasión en que  $k$  puede identificarse con una propiedad del material.

###### B) Otras Variaciones

b1) Horvath (1983a y b) , usando el continuo de Reissner, el cual asume  $S_x=S_y=T_{xy}=0$  y adicionando  $e_x=e_y=g_{xy}=0$  (solo existen  $S_z$  y  $e_z$ ), las deformaciones varían de  $\delta$  en la superficie a 0 a la profundidad  $H$ , y entonces con estas restricciones, bastante irreales en concepto del Autor, llega a las siguientes expresiones para  $k$ :

- para  $E = A = \text{constante}$

$$k = A/H = K/H \quad (14)$$

- para  $E = A + B \cdot z$

$$k = B/\ln(1 + BH/A) \quad (15)$$

- para  $E = A + B \cdot (z)^{0.5}$

$$k = B^2/[B \cdot (H)^{0.5} - A \cdot \ln(1 + (B \cdot (H)^{0.5})/A)] \quad (16)$$

Nótese que para  $A=0$  las expresiones (15) y (16) resultan en  $k = 0$  (??) y para  $B=0$  no revierten a la expresión (14).

b2) Holl (Poulos y Davis, 1974) calcula esfuerzos, pero no deformaciones, para un material en el cual:

$$E = E_0 \cdot (z)^j \quad (17)$$

#### 4.2.- Material por Capas

Para este caso se asume adhesión perfecta entre las capas y que éstas están dispuestas horizontalmente con espesores constantes ( $h_i$ ). El material de cada una de las capas se supone homogéneo, isotrópico y elástico, con parámetros  $E_i$  y  $\nu_i$ , y la capa más inferior se supone semi-infinita.

##### A) Carga Circular

Para este caso y dado su interés en el caso de los pavimentos para vehículos, se han resuelto varios problemas, en especial con materiales más resistentes sobre otros más débiles.

Entre las soluciones se pueden mencionar (Poulos y Davis, 1974):

- a1) Dos capas :
  - Burmister (esfuerzos y deformaciones)
  - Fox (esfuerzos)
  - Thenn de Barros (deformaciones)
  - Ueshita y Meyerhof (módulo equivalente)
  - Gerrard (esfuerzos y deformaciones)
- a2) Tres capas :
  - Jones (esfuerzos-tablas)
  - Peattie (esfuerzos-gráficos)
  - Ueshita y Meyerhof (deformaciones-gráficos)
  - Thenn de Barros (deformaciones-tablas)
- a3) Procedimientos aproximados:
  - Steinbrenner (para carga rectangular)
  - Palmer y Barber (espesores equivalentes)
  - Odemark (módulos equivalentes-iterativo)
  - Ueshita y Meyerhof (factores de medio finito)
  - Vesic (factores de deformación)
  - Thenn de Barros (módulos equivalentes)

Debido a lo extenso de las soluciones y a que en cimentaciones lo usual no es el problema de carga circular, aunque en ocasiones se ha empleado como elemento de carga unitaria (Chang et al., 1980), se sigue con el caso de carga rectangular, sin detallar estas soluciones de carga circular, las cuales usualmente vienen solo en tablas o gráficos.

##### B) Carga Rectangular

b1) Método de Steinbrenner: Este procedimiento, ya mencionado parcialmente con anterioridad, para este caso parece que es el único método aplicable, por haber sido desarrollado específicamente para esta forma de carga, aunque se anota que su efectividad es mayor cuando los módulos decrecen con profundidad y por ésto y otras razones se considera un método aproximado (Poulos y Davis, 1974; Bowles, 1982).

El método se puede aplicar iterativamente, y permite calcular las deformaciones de un gran número de capas:

La deformación en la esquina de un rectángulo (BxL) esta dada por:

$$\delta_{\text{esq.}} = [q \cdot B \cdot I_s] / [E / (1 - \nu^2)] \quad (18a)$$

Para la deformación entre la superficie y la profundidad z

$$I_s = I_{sh} = F_1 + [(1 - 2\nu) / (1 - \nu)] \cdot F_2 \quad (19a)$$

en donde

$$F_1 = (1/\pi) \{ \ln[(X+m) \cdot (Y)/(m+J)] + m \cdot \ln[((X+1) \cdot R)/(m(1+J))] \} \quad (19b)$$

$$F_2 = (n/2\pi) \cdot \arctan[m/(n \cdot J)] \quad (19c)$$

$$y \quad X = (1 + m^2)^{1/2} \quad (19d)$$

$$Y = (1 + n^2)^{1/2} \quad (19e)$$

$$R = (m^2 + n^2)^{1/2} \quad (19f)$$

$$J = (m^2 + n^2 + 1)^{1/2} \quad (19g)$$

$$m = L/B \quad (19h)$$

$$n = z/B \quad (19i)$$

para el caso	$z \Rightarrow \infty$	$F_1 = F_{10}$	$F_2 = 0$
	$z = 0$	$F_1 = 0$	$F_2 = 0$

Para deformación entre la profundidad z e infinito se tiene:

$$I_s = I_{sz} = F_3 - [(1 - 2\nu) / (1 - \nu)] \cdot F_2 \quad (20a)$$

en donde

$$F_3 = (1/\pi) \{ \ln[(m+J)/Y] + m \cdot \ln[(1+J)/R] \} \quad (20b)$$

$$= (1/2\pi) \{ \ln[(J+m)/(J-m)] + m \cdot \ln[(J+1)/(J-1)] \} \quad (20b)$$

(Harr, 1966)

y el resto de nomenclatura es igual al caso anterior.

Para el caso	$z = 0$	$F_3 = F_{10}$	$F_2 = 0$
	$z \Rightarrow \infty$	$F_3 = 0$	$F_2 = 0$

$$y \text{ en todos los casos } F_1 + F_3 = F_{10} \quad (21)$$

Para las otras deformaciones:

$$\delta_{\text{centro}} = 2 \delta_{\text{esquina}} \quad (22a)$$

$$\delta_{\text{promedio flexible}} = 0.848 \delta_{\text{centro}} \quad (22b)$$

$$\delta_{\text{promedio rígido}} = 0.833 \delta_{\text{centro}} \quad (22c)$$

Con el método aplicado sucesivamente a las diferentes capas, es posible por superposición, hallar las deformaciones superficiales y por consiguiente el módulo promedio de deformabilidad K.

## b2) Métodos Aproximados

Estos se pueden aplicar en conjunto con el método anterior, para simplificar en algo los cálculos. (Poulos y Davis, 1974):

Espesor Equivalente (Palmer y Barber):

Las i capas superiores (de 1 hasta n) se hacen de espesor equivalente  $h_e$  con las características del material subyacente

semiinfinito o:

$$h_{equiv} = \sum \{h_i [E_i / (1 - \nu_i^2)]^{1/3}\} / [E_o / (1 - \nu_o^2)] \quad (23)$$

en este caso se pueden aplicar las ecuaciones del medio semi-infinito.

Módulo equivalente (Thenn de Barros):

Con una ecuación similar, las  $i-1$  capas superiores se colocan con su espesor total  $H$  y un módulo equivalente:

$$E_{equiv} = \sum \{h_i (E_i)^{1/3}\} / H \quad (24a)$$

$$H = h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n \quad (24b)$$

en este caso se aplica el modelo de dos capas.

## 5.0.- MEDIO FINITO HOMOGENEO

Para este caso, de una capa sobre una base rígida rugosa y correspondiente a la situación cuando el elemento está sobre una capa delgada de suelo, hay varias soluciones, presentadas en gráficos (Poulos y Davis, 1974), en especial las siguientes:

Ueshita y Meyerhof (deformación vertical en esquina para  $\nu=0$  a 0.5)

- Sovinc (esfuerzos y deformaciones en base lisa)

## 6.0 CONCLUSIONES GENERALES

### 6.1 Intervalo de Variación del Módulo de Reacción

Con este resumen de los principales métodos rápidos de cálculo de deformaciones, es posible evaluar aproximadamente el intervalo probable de variación de  $K$  para el problema de elementos cuadrados o rectangulares. Sin embargo, en todos los casos es posible aplicar modelos de elementos finitos bi y tridimensionales, los cuales pueden proveer resultados más exactos, pero cuyo costo es usualmente muy alto.

### 6.2.- Rigidez Relativa del Elemento Estructural

Con las dimensiones del elemento se puede aplicar el criterio de Gubernov-Possadov (Davis y Poulos, 1974; Zaman y Farouque, 1985).

Segun Gubernov-Possadov una viga rectangular de dimensiones  $B \times L$  y espesor  $t$  se puede considerar rígida si:

$$[E / (1 - \nu^2)] < (16/3\pi) * [(B/L)^{3/2} * [(t/B)^3] * [E / (1 - \nu^2)]] \quad (25)$$

y si esto es así deben adoptarse los valores de  $K$  correspondientes.

### 6.3- Necesidad de Observación

La instrumentación y cuidadosa observación de cimientos existentes, respaldadas por ensayos adecuados de campo contribuirán a mejorar

los modelos y a reducir los usualmente amplios intervalos que indicamos los geotecnistas para éste parámetro de cálculo estructural.

#### REFERENCIAS

BOWLES, J.E. (1988).- Foundation Analysis and Design - 4rd. Ed. - 1004 pp.- McGraw-Hill Book Co.

CHANG, CH.S.; ADEGOKE, C.W.; SELIG, E.T. (1980).- GEOTRACK Model for Railroad Track Performance.- Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 106, No. GT11, Proc. Paper 15819, November 1980, pp. 1201-1217

DAS, B.M. (1985).- Advanced Soil Mechanics.- 511 pp.- McGraw-Hill Book International Edition, 1985.

GIBSON, R.E. (1974).- The Analytical Method in Soil Mechanics - 14th Rankine Lecture.- Geotechnique 24 No. 2, pp 113-140.

HARR, M.E. (1966).- Foundations of Theoretical Soil Mechanics.- McGraw Hill Book Co.

HORVATH, J.S. (1983a).- New Subgrade Model Applied to Mat Foundations.- Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 109, No. GT12, Proc. Paper 18437, December 1983, pp. 1567-1587.

HORVATH, J.S. (1983b).- Modulus of Subgrade Reaction: New Perspective.- Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 109, No. GT12, Proc. Paper 18398, December 1983, pp. 1591-1596.

POULOS, H.G.; DAVIS, E.H. (1974).- Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics.- 411 pp.- John Wiley & Sons. Inc

TERZAGHI, K. (1955).- Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction.- Geotechnique, Vol. 5, No. 4, pp. 1011-1043, Dec. 1955.

THOMPSON, M.R.; ROBNETT, Q.L. (1979).- Resilient Properties of Subgrade Soils.- Transportation Engineering Journal, ASCE, Vol. 105 No. TE1, Proc. Paper 14293, January 1979, pp. 71-89.

VESIC, A. (1961).- Bending of Beams Resting on Isotropic Elastic Solid.- Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 87, No. EM2, pp. 35-53.

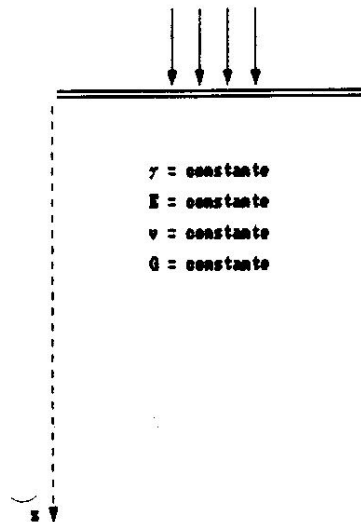
ZAMAN, M.M.; FARUQUE, M.O. (1985).- A Variational Approach for the Analysis of Square and Rectangular Plates Resting in Smooth Contact with an Isotropic Elastic Halfspace.- Soils and Foundations.- Vol 25 No. 1, March, 1985, pp. 15-26



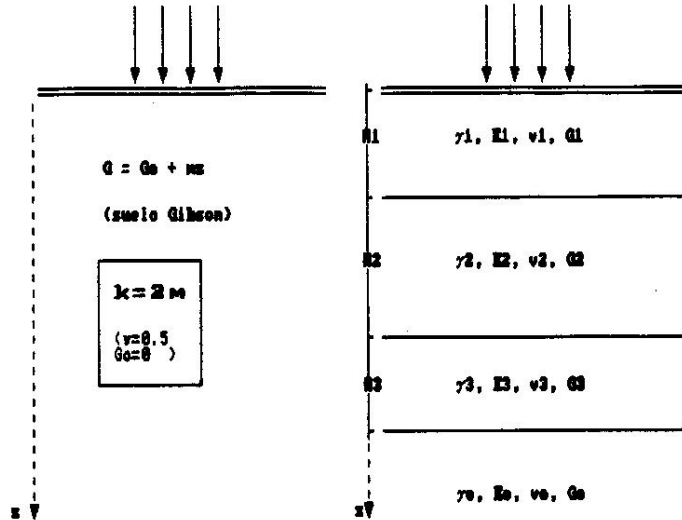
# MODELOS DE ANALISIS DE DEFORMACION DE SUBRASANTES

## A) MEDIO SEMI-INFINITO

### 1 > HOMOGENEO

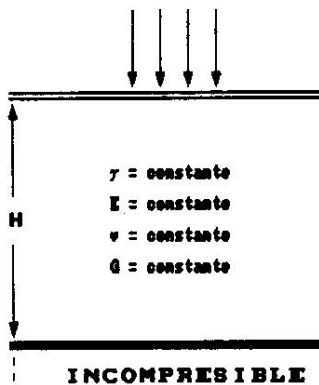


### 2 > HETEROGENEO

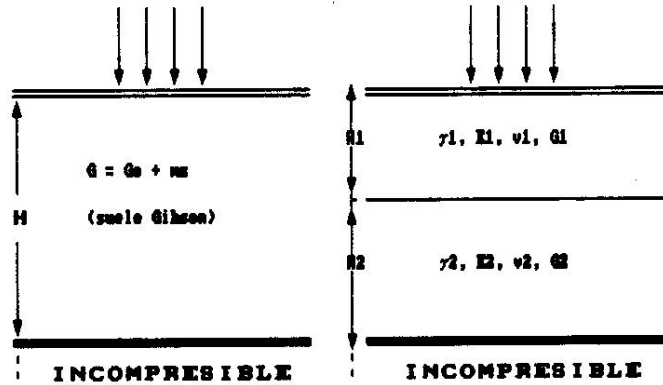


## B) MEDIO FINITO

### 1 > HOMOGENEO



### 2 > HETEROGENEO



# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

**TABLA 1 - ALGUNAS CORRELACIONES PARA  $k_h$**

$$k_h = \left( \frac{1}{1.5d} \right) \left( \bar{k}_{s1} \right)$$

where

$\bar{k}_{s1}$  = modulus for horizontal square plate, 1 ft wide

$d$  = breadth or diameter in feet

VALUES OF  $\bar{k}_{s1}$  TONS/FT<sup>2</sup> FOR SQUARE PLATES, 1 x 1 FT, ON OVERCONSOLIDATED CLAY<sup>a</sup>

Consistency of Clay	Stiff	Very Stiff	Hard
Undrained shear strength $c_u$ ton/ft <sup>2</sup>	0.5-1	1-2	2
Range for $\bar{k}_{s1}$	50-100	100-200	200
Proposed values of $\bar{k}_{s1}$	75	100	300

<sup>a</sup> After Terzaghi (1955).

$$k_h = 1.67 E_{so}/d$$

$$k_h = (80 - 320) c_u/d$$

$$k_h = 67 c_u/d$$

TYPICAL VALUES OF  $n_h$  FOR COHESIVE SOILS

Soil Type	$n_h$ (lb/in. <sup>2</sup> )	Reference
Soft N/C clay	0.6-12.7 1.0-2.0	Reese and Matlock, 1956 Davisson and Prakash, 1961
N/C organic clay	0.4-1.0 0.4-3.0	Peck and Davisson, 1962 Davisson, 1970
Peat	0.2 0.1-0.4	Davisson, 1970 Wilson and Hilt, 1967
Loess	29-40	Bowles, 1968

$$n_h = \frac{A\gamma}{1.35} \text{ (tons/ft}^3\text{)}$$

VALUES OF  $n_h$  (TON/FT<sup>3</sup>) FOR SAND<sup>a</sup>

Relative Density	Loose	Medium	Dense
Range of values of $A$	100-300	300-1000	1000-2000
Adopted values of $A$	200	600	1500
$n_h$ , dry or moist sand	7	21	56
$n_h$ , submerged sand	4	14	34

<sup>a</sup> After Terzaghi, 1955.

TERZAGHI'S RECOMMENDATION FOR SOIL MODULUS  $\alpha = k_h D$   
FOR Laterally Loaded PILES IN STIFF CLAY

Consistency of Clay	Stiff	Very Stiff	Hard
$q_u$ , T/sq ft	1-2	2-4	>4
$\alpha$ , lb/sq in	39-78	78-155	>233

Alvaro J. González G.

# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SIEMICA

**TABLA 2 - DEFORMACIONES EN LA CABEZA DE LOS PILOTES  
PARA CARGA ESTATICA HORIZONTAL SUPERIOR  
Barber, 1953; Tomada de Poulos y Davis (1980)**

$$k_H = cte$$

1. Rigid pile (holds if  $\beta L < 1.5$ ):

$$\rho = \frac{4H(1 + 1.5e/L)}{k_H d L}$$

$$\theta = \frac{6H(1 + 2e/L)}{k_H d L^2}$$

2. Infinitely long pile (holds if  $\beta L > 2.5$ ):

$$\rho = \frac{2H\beta(e\beta + 1)}{k_H d}$$

$$\theta = \frac{2H\beta^2(1 + 2e\beta)}{k_H d}$$

For a fixed-head pile, the limiting solutions are

1. Rigid pile ( $\beta L < 0.5$ )

$$\rho = \frac{H}{k_H d L}$$

2. Infinitely long pile ( $\beta L > 1.5$ ):

$$\rho = \frac{H\beta}{k_H d}$$

$$k_H = n_h \cdot Z$$

1. Rigid pile ( $Z_{max} < 2.0$ ):

$$\rho = \frac{18H(1 + 1.33e/L)}{L^2 n_h}$$

$$\theta = \frac{24H(1 + 1.5e/L)}{L^3 n_h}$$

2. Infinitely long pile ( $Z_{max} > 4.0$ ):

$$\rho = \frac{2.40H}{(n_h)^{3/5}(E_p I_p)^{2/5}} + \frac{1.60He}{(n_h)^{2/5}(E_p I_p)^{3/5}}$$

$$\theta = \frac{1.60H}{(n_h)^{2/5}(E_p I_p)^{3/5}} + \frac{1.74 He}{(n_h)^{1/5}(E_p I_p)^{4/5}}$$

For fixed-head piles:

1. Rigid pile:

$$\rho = \frac{2H}{L^2 n_h}$$

2. Infinitely long pile ( $Z_{max} > 4.0$ ):

$$\rho = \frac{0.93H}{(n_h)^{3/5}(E_p I_p)^{2/5}}$$

For the above equations,  $Z_{max}$  is defined as

$$Z_{max} = L/T$$

where

$$T = \left( \frac{E_p I_p}{n_h} \right)^{1/5}$$

Alvaro J. González G.

# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

**TABLA 3 - DEFORMACIONES EN LA CABEZA DE LOS PILOTES  
PARA CARGA ESTATICA HORIZONTAL SUPERIOR  
kh = CONSTANTE**

Tomado de Reese (1984)

$$\beta = \left( \frac{\alpha}{4EI} \right)^{0.25} \quad \alpha = k_r z$$

For the case where known values of shear and moment are applied at the groundline, the equations for deflection, slope, moment, shear, and soil resistance are shown

$$y = \frac{2P_t \varepsilon}{\alpha} C_1 + \frac{M_t}{2EI\beta^2} B_1$$

$$S = \frac{-2P_t \varepsilon^2}{\alpha} A_1 - \frac{M_t}{EI\varepsilon} C_1$$

$$M = \frac{P_t}{\beta} D_1 + M_t A_1$$

$$V = P_t B_1 - 2M_t \beta D_1$$

$$p = -2P_t \beta C_1 - 2M_t \beta^2 B_1$$

where

$$A_1 = e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x)$$

$$B_1 = e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x)$$

$$C_1 = e^{-\beta x} \cos \beta x$$

$$D_1 = e^{-\beta x} \sin \beta x.$$

The equations for a pile whose head is fixed against rotation are

$$y = \frac{P_t \beta}{\alpha} A_1$$

$$S = \frac{P_t}{2EI\beta^2} D_1$$

$$M = -\frac{P_t}{2\beta} B_1$$

$$V = P_t C_1$$

$$p = -P_t \beta A_1$$

Alvaro J. González G.

# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

**TABLA 4 - FACTORES DE MOMENTO PARA PILOTES FLOTANTES  
CARGA SISMICA  
Tomada de Prakash y Sarma (1990)**

Maximum Values of Coefficient $A_{mc}$ <sup>a</sup>			
Maximum Depth Factor. $Z_{max}$	Pile Top Free to Rotate	Coefficient $A_{mc}$	
		Pile Fixed at Top Against Rotation	
		Negative	Positive
2	0.13	0.9	0
3	0.24	0.9	0.04
5-15	0.32	0.9	0.18

<sup>a</sup>After Chandrasekaran (1974).

$$\text{Bending moment} = A_{mc} \times kR^2 \times S_d$$

Maximum Values of Coefficient $B_{mc}$ <sup>a</sup>			
Maximum Depth Factor. $Z_{max}$	Pile Top Free to Rotate	Coefficient $B_{mc}$	
		Pile Fixed at Top Against Rotation	
		Negative	Positive
2	0.100	0.93	0
3	0.255	0.93	0.10
5-15	0.315	0.90	0.28

<sup>a</sup>After Chandrasekaran (1974).

$$\text{Bending moment} = B_{mc} \times n_h T^3 \times S_d$$

Alvaro J. González G.

## ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

**TABLA 5 - CALCULO DE PILOTES FLOTANTES CON CARGA SISMICA  
kh LINEAL CON PROFUNDIDAD- METODO DE BOSHINOV  
Tomada de Boshinov (1977)**

$$\begin{aligned} P &= \text{Carga en la Cabeza} = 2 \cdot M \cdot a & [F] \\ M &= \text{Masa activa en la cabeza} & [M] \\ a &= \text{aceleración máxima del sistema} & [L/T^2] \\ T &= (EI/n_h)^{(1/5)} & [L] \\ h &= \text{Longitud efectiva} & [L] \\ \phi &= (T^3 \cdot P)/EI & [L] \end{aligned}$$

### A) PILOTE LIBRE EN LA CABEZA

$$\begin{aligned} Y &= \delta - (\delta/h) \cdot Z - q \cdot \sin(\pi Z/h) \\ \delta &= 2.650 \cdot \phi \\ q &= 0.708 \cdot \phi \\ h &= 2.8 \cdot T \\ M_{\text{máx}} &= 0.9 \cdot T \cdot P \end{aligned}$$

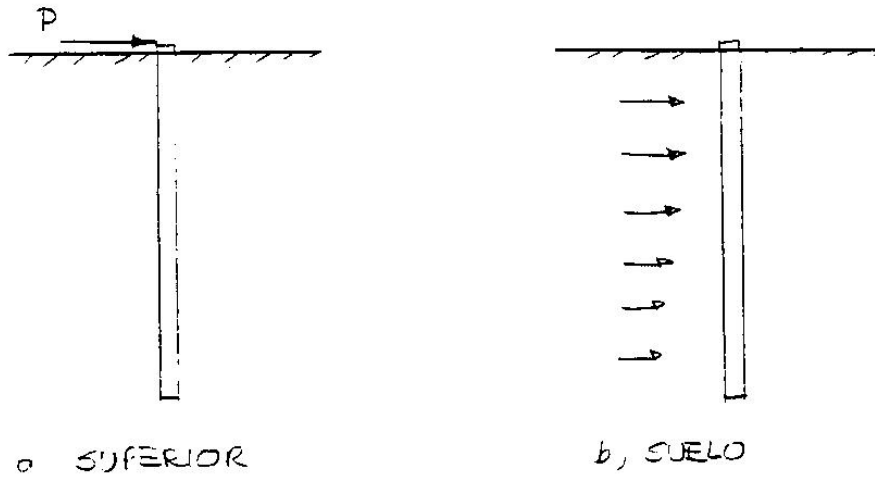
### B) PILOTE EMPOTRADO EN LA CABEZA

$$\begin{aligned} Y &= \delta_1 \cdot \cos(\pi Z/2h) + \delta_2 \cdot \cos(3\pi Z/2h) \\ \delta_1 &= 1.032 \cdot \phi \\ \delta_2 &= 0.017 \cdot \phi \\ \delta &= 1.049 \cdot \phi \\ h &= 2.0 \cdot T \\ M_{\text{máx}} &= 0.732 \cdot P \cdot T \end{aligned}$$

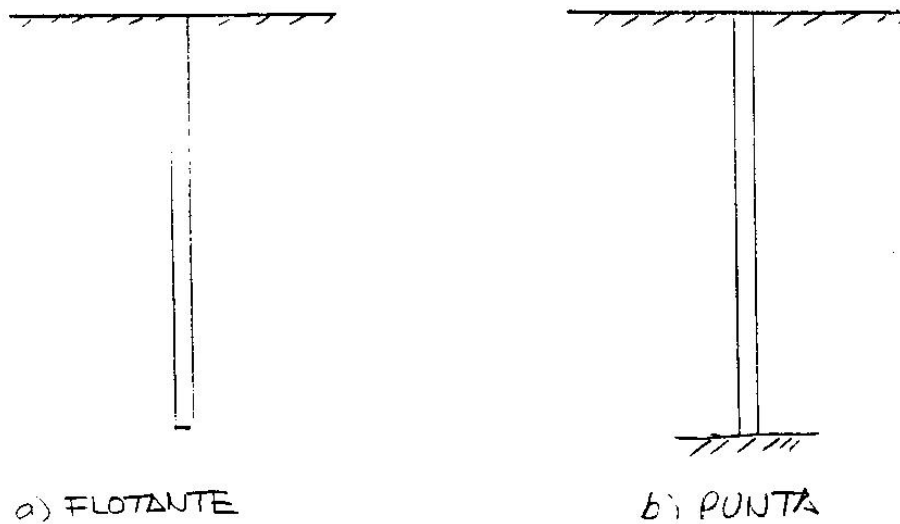
Alvaro J. González G.

**ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA**

**FIGURA 1 - TIPOS DE CARGA LATERAL**



**FIGURA 2 - TIPOS DE PILOTES**



**Alvaro J. González G.**

ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

FIGURA 3 - SUELOS CON PROPIEDADES CONSTANTES

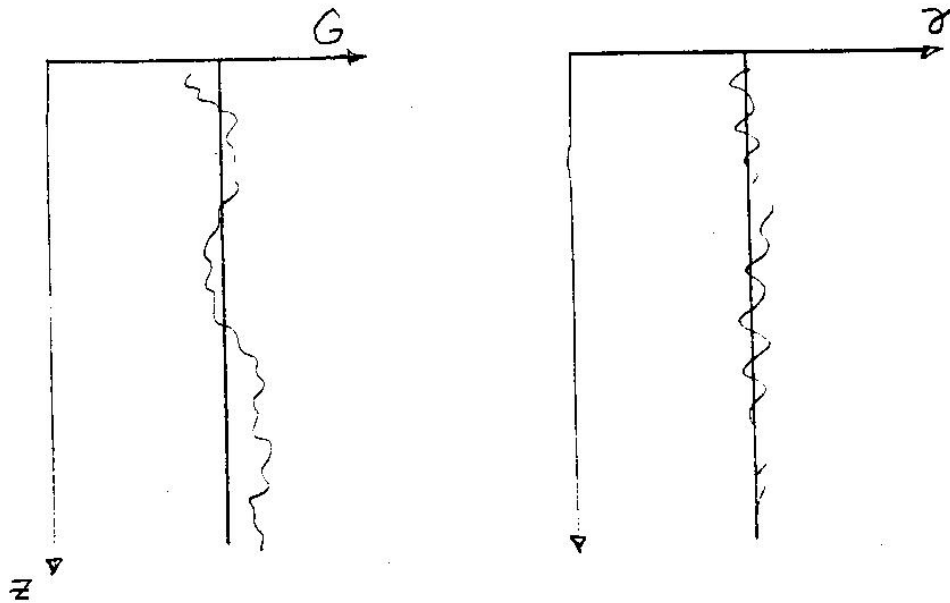
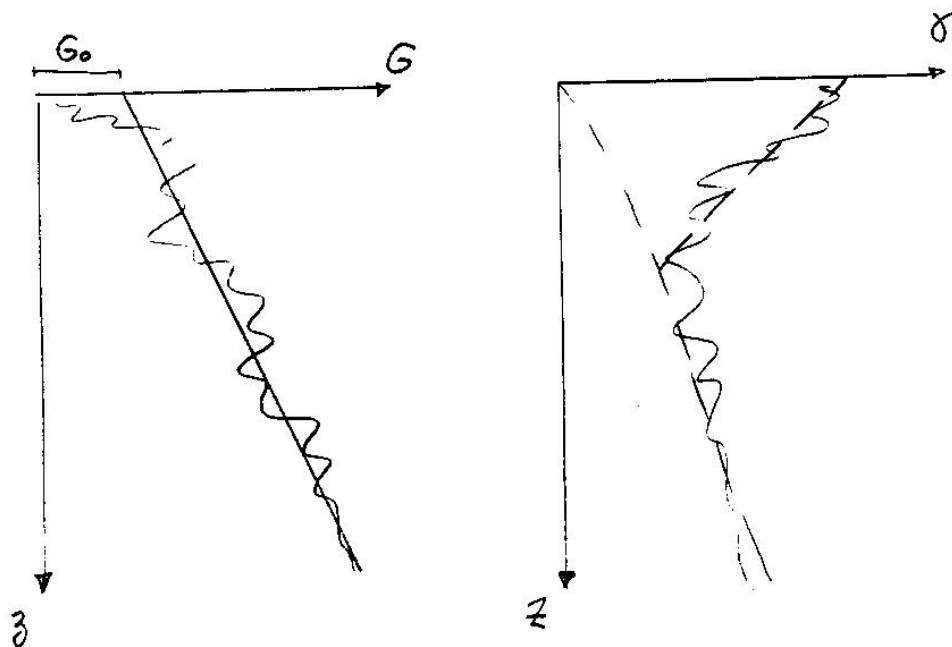


FIGURA 4 - SUELOS CON PROPIEDADES CRECIENTES CON PROFUNDIDAD

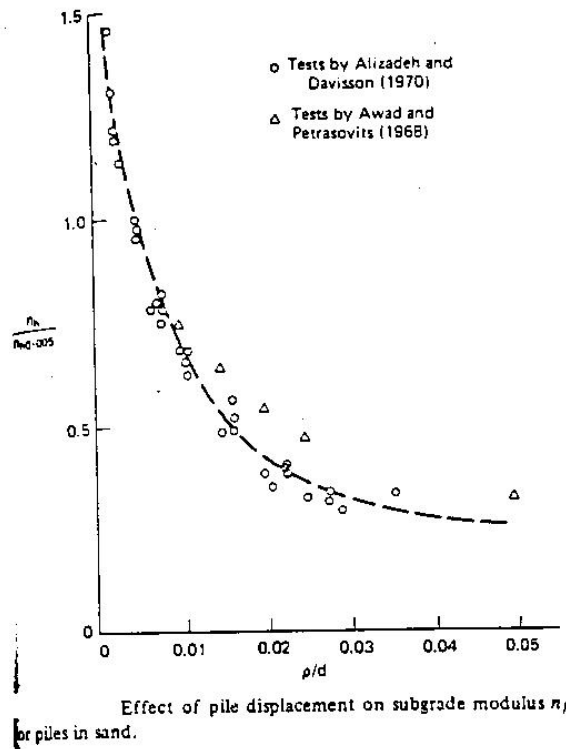


Alvaro J. González G.

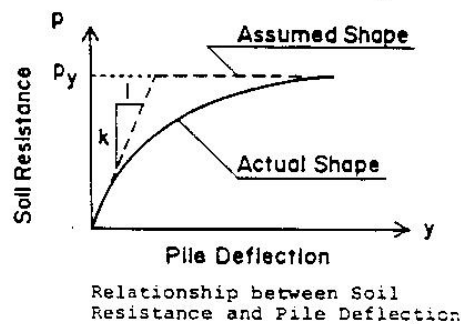


# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

**FIGURA 5a) - VARIACION DE  $n_h$  CON DEFORMACION**  
Tomada de Poulos y Davis (1980)



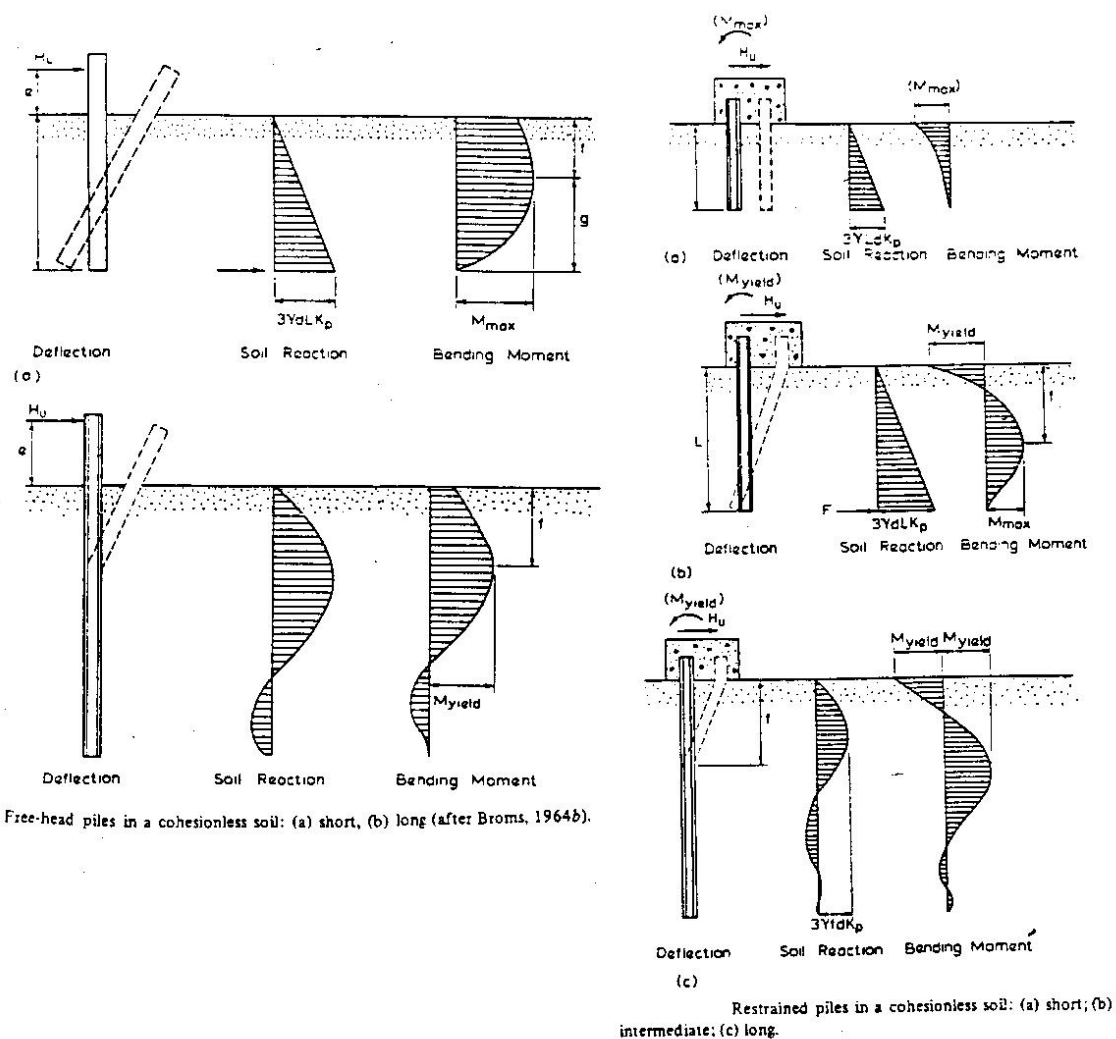
**FIGURA 5B) - VARIACION DE  $k_h$  CON DEFORMACION**  
Tomado de Kishida et al. (1977)



Alvaro J. González G.

# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

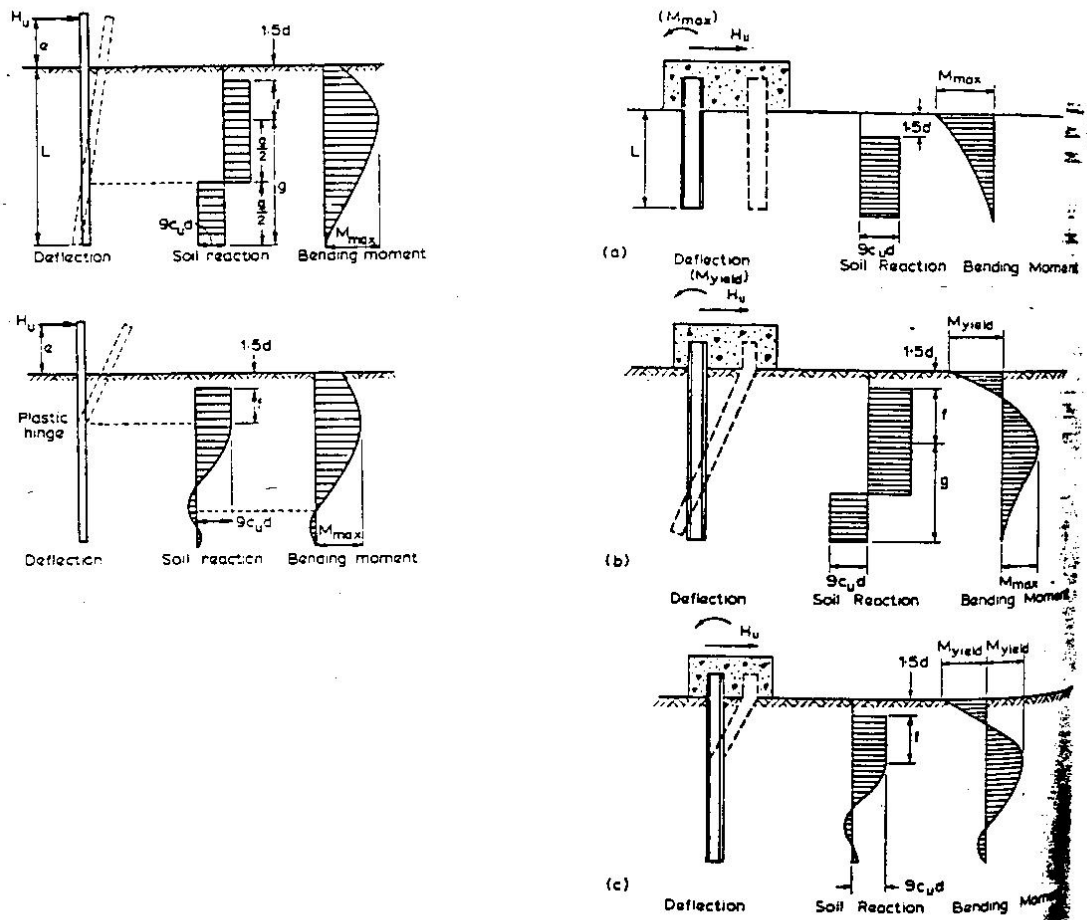
FIGURA 6 - FALLA LATERAL EN PILOTES EN SUJLOS FRICCIONANTES



Alvaro J. González G.

# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

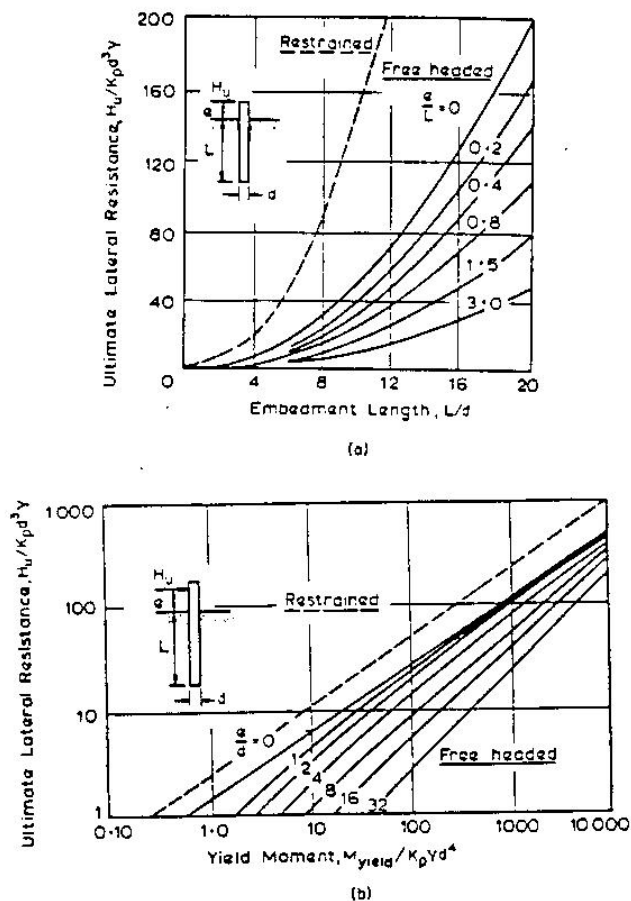
FIGURA 7 - FALLA LATERAL EN PILOTES EN SUELOS COHESIVOS



Alvaro J. González G.

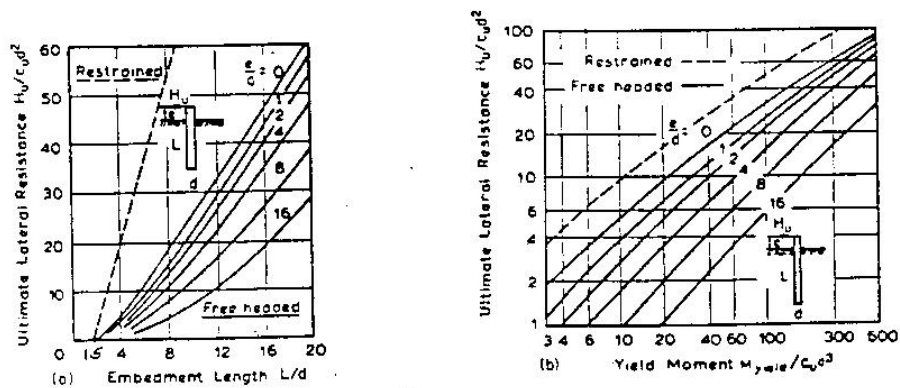
# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

FIGURA 8 - CURVAS DE DISEÑO EN SUELOS FRICCIONANTES



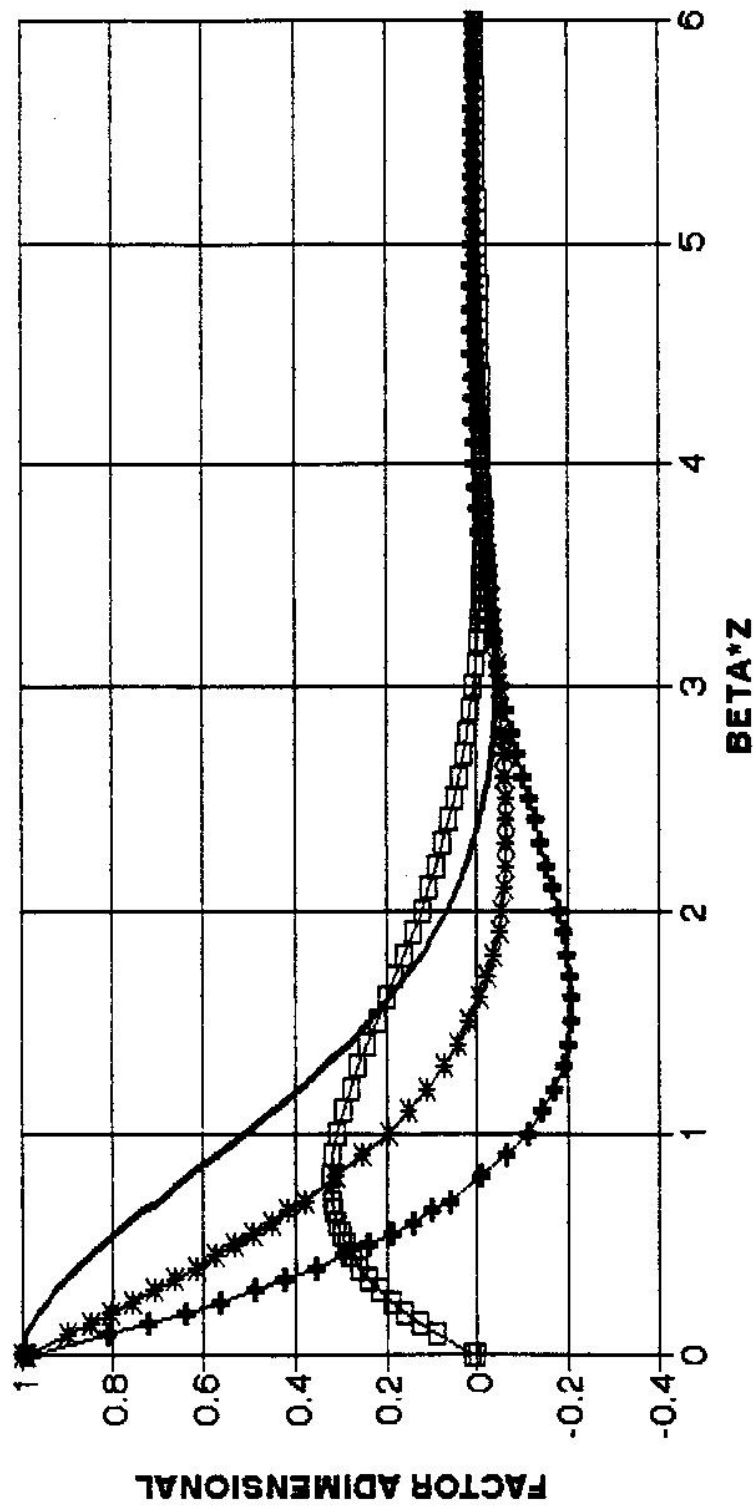
and resistance of piles in cohesionless soils: (a) short; (b) long (after Broms, 1964b).

FIGURA 9 - CURVAS DE DISEÑO EN SUELOS COHESIVOS



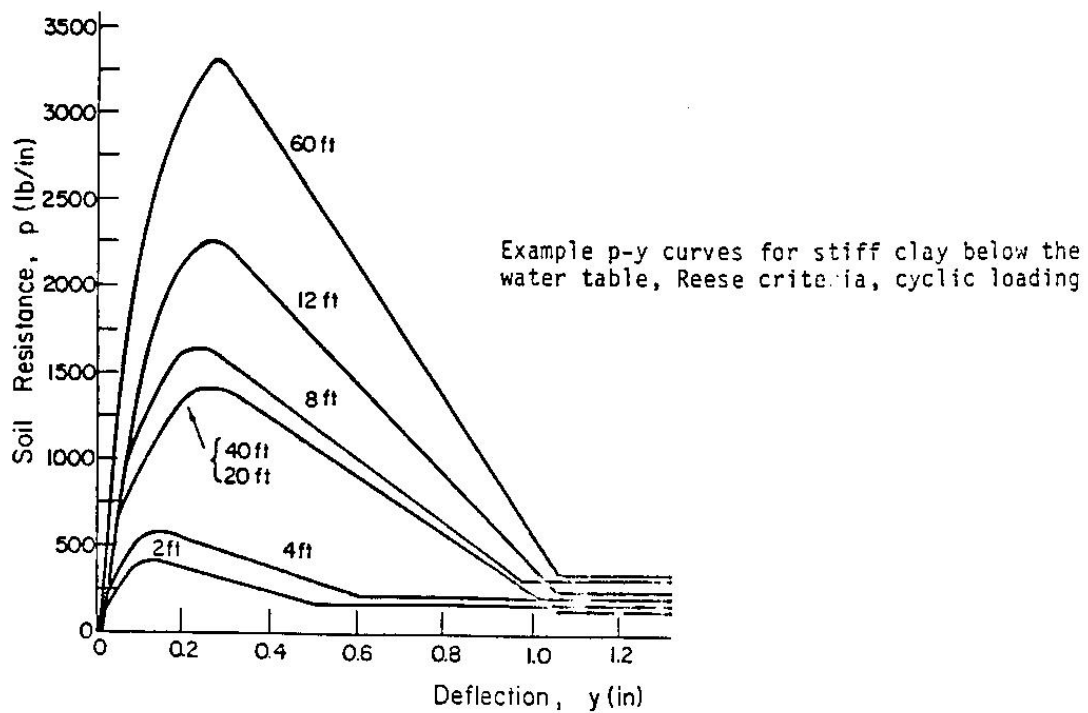
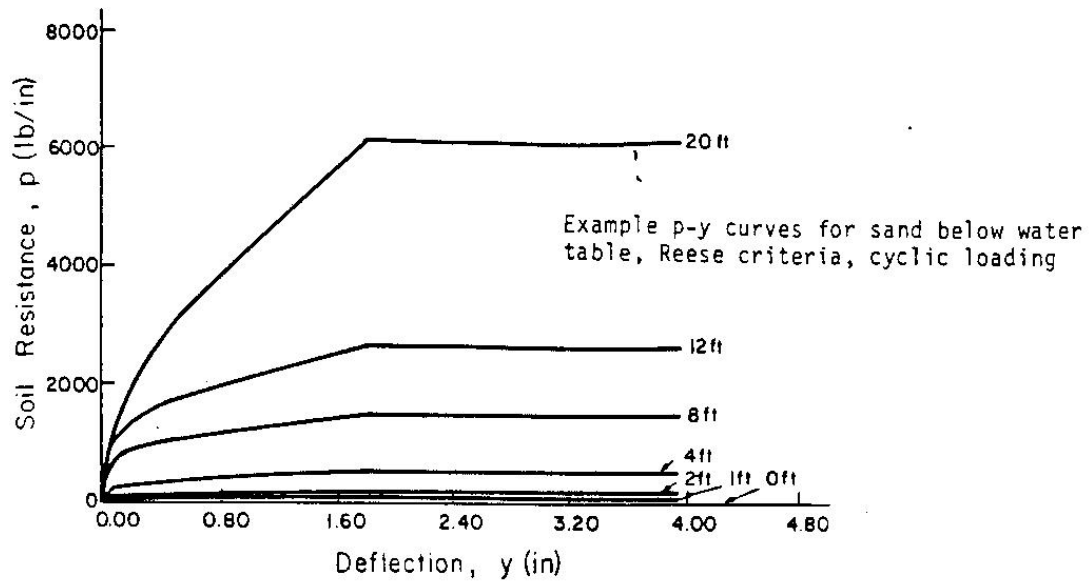
Alvaro J. González G.

**Fig.10- PILOTES LARGOS- METODO DE REESE**  
 FACTORES ADIMENSIONALES - kh CONSTANTE



ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

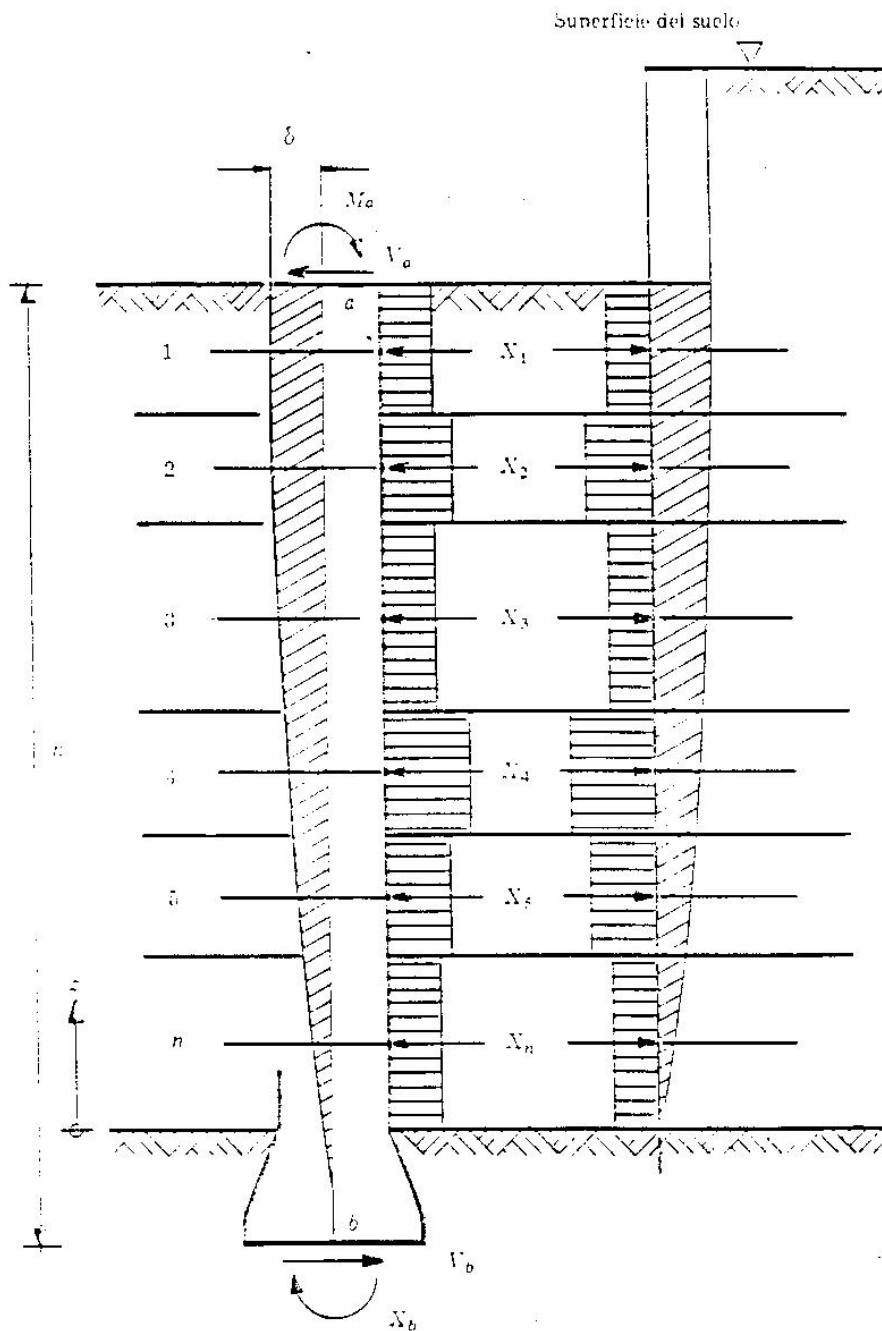
FIGURA 11 - CURVAS TÍPICAS P-Y  
Tomadas de Reese(1984)



Alvaro J. González G.

# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

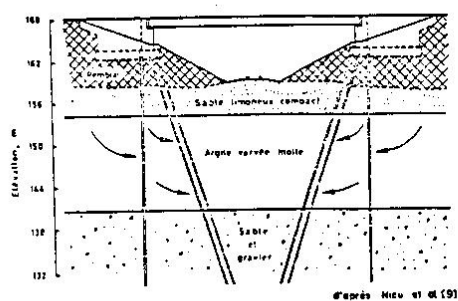
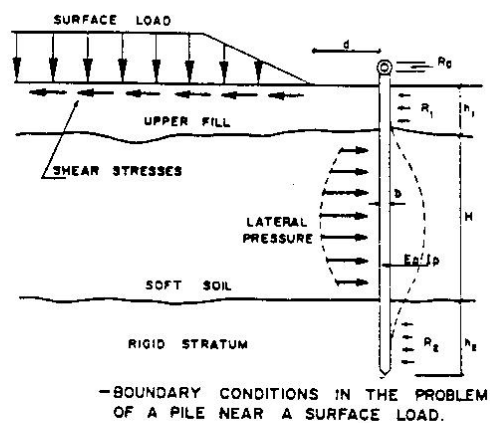
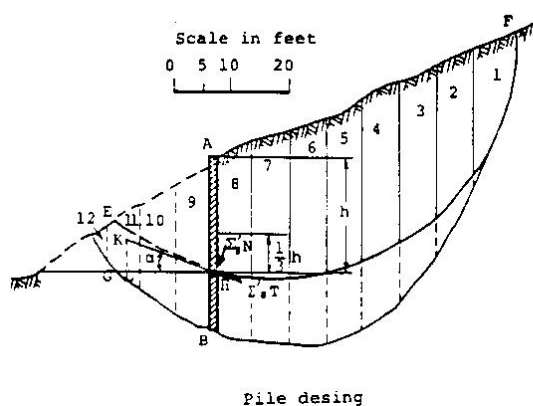
FIGURA 12 - METODO DE ZEEVAERT  
Tomada de Zeevaert, 1980



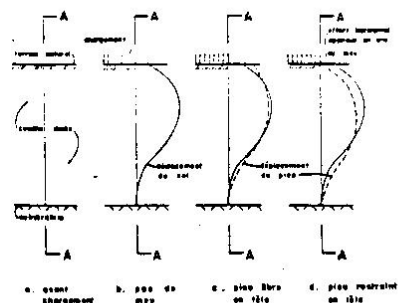
Alvaro J. González G.

## ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

**FIGURA 13 - CARGA LATERAL EN PILOTES POR DEFORMACION DE SUELOS**  
Tomada de DeBeer, Ed. (1977)



Pont d'Allamuchy, New Jersey



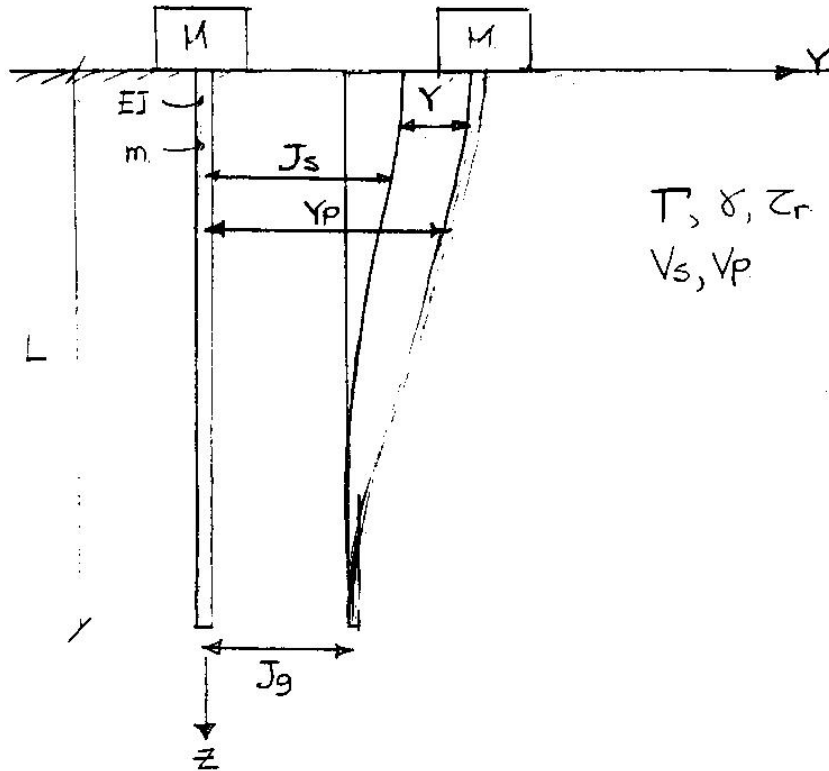
Interaction entre le sol et le pieu

**Alvaro J. González G.**



# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

FIGURA 14 - PILOTE CON CARGA SISMICA



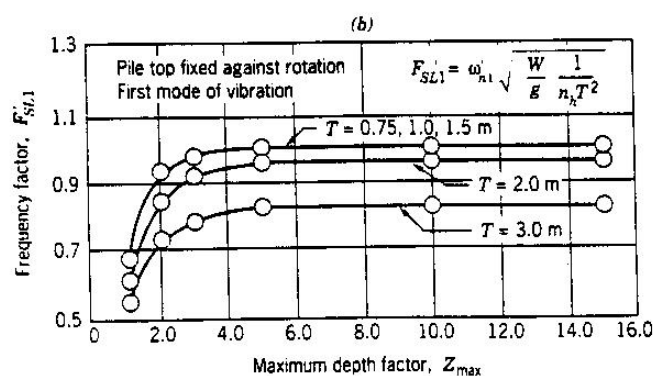
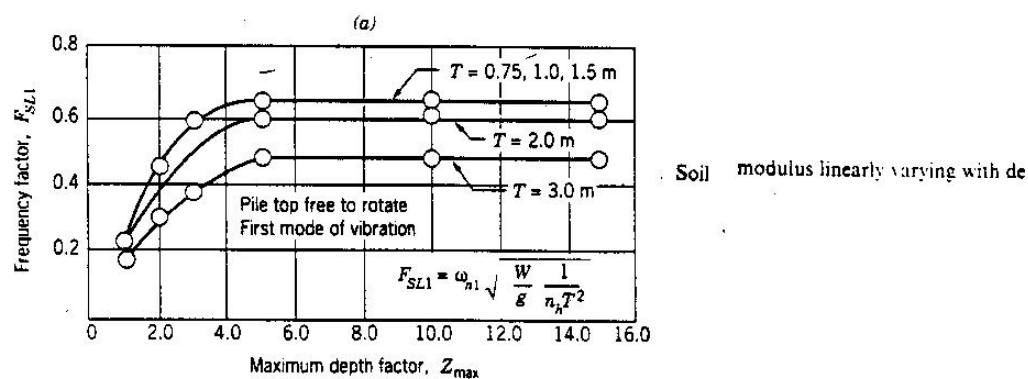
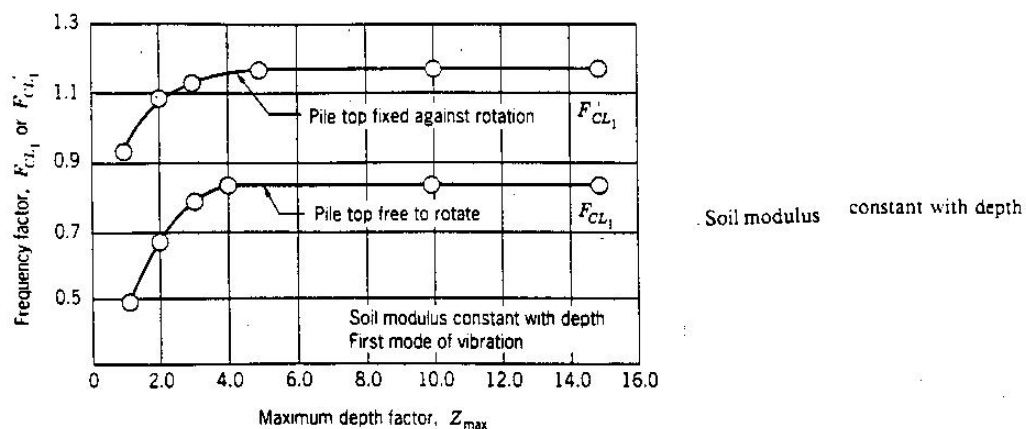
$$EI*(\delta^4 Y / \delta Z^4) + m*(\delta^2 Y_p / \delta t^2) + c*(\delta Y / \delta t) + \Gamma*(Y_p - J_s) = 0$$

$E$ = módulo elástico del pilote	$[F/L^2]$
$I$ = momento de inercia de la sección del pilote	$[L^4]$
$Y$ = desplazamiento relativo pilote-suelo	$[L]$
$Z$ = profundidad	$[L]$
$m$ = masa del pilote por unidad de longitud	$[M/L]$
$Y_p$ = desplazamiento absoluto del pilote = $Y + J_g$	$[L]$
$c$ = coeficiente generalizado de amortiguamiento	$[FT/L^2]$
$\Gamma$ = módulo lateral del suelo	$[F/L^2]$
$J_s$ = desplazamiento absoluto del suelo = $J + J_g$	$[L]$
$J_g$ = desplazamiento absoluto de la punta del pilote	$[L]$
$t$ = tiempo	$[T]$

Alvaro J. González G.

## ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

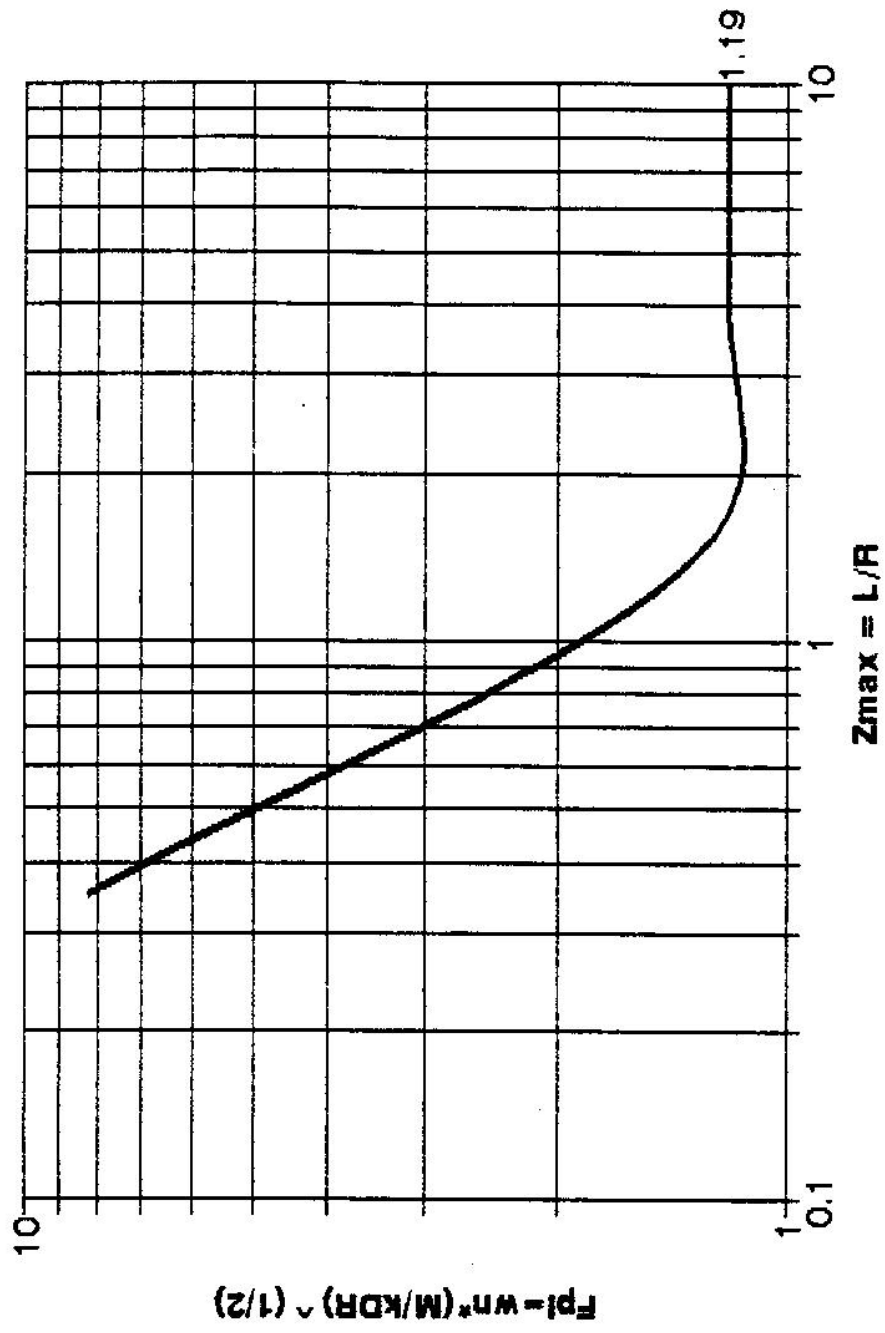
**FIGURA 15 - FACTORES DE FRECUENCIA -PILOTE FLOTANTE**  
Tomadas de Prakash y Sharma (1990)



**Alvaro J. González G.**

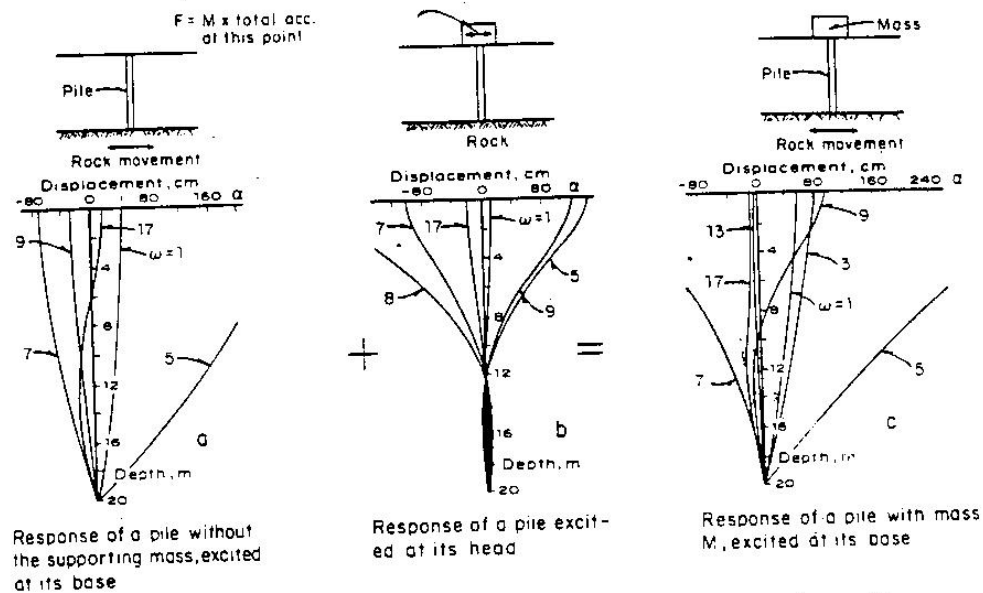
Nondimensional frequency factors in first mode of vibrations.  
(Prakash and Chandrasekaran, 1977).

**Fig.16- PILOTES DE PUNTA- FRECUENCIA**  
**ANALISIS DE FLORES BERRONES**



# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

**FIGURA 17 - CARGA SISMICA- METODO DE FLORES-BERRONES**  
**Tomada de Flores (1977)**

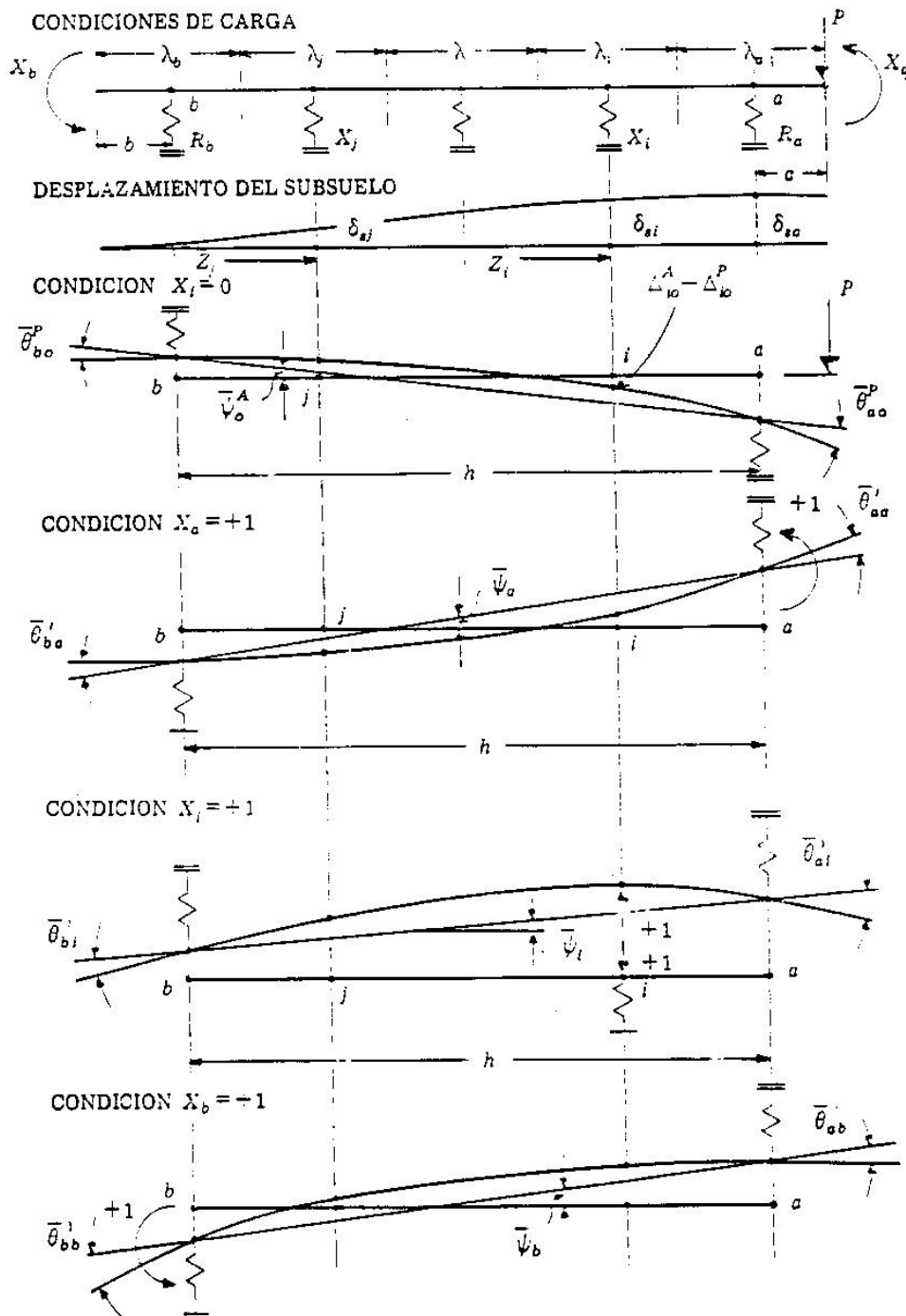


Effects of the seismic soil and structure movements on the amplitude of the pile displacements

Alvaro J. González G.

# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

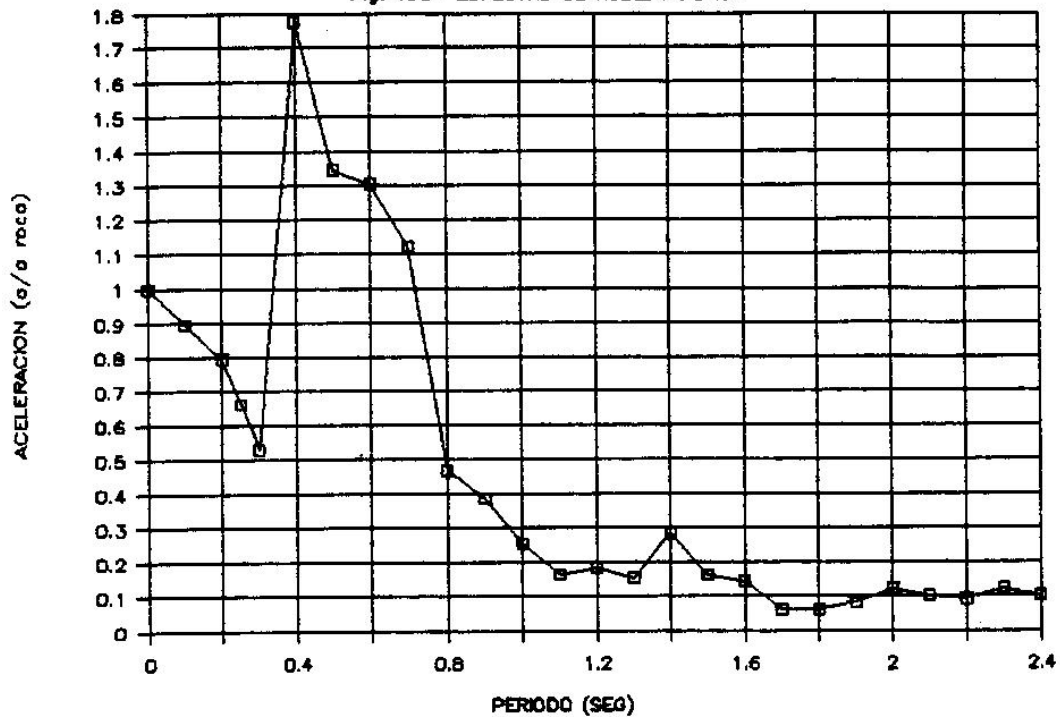
**FIGURA 18 - CARGA SISMICA - METODO DE ZEEVAERT**  
(Tomada de Zeevaert, 1980)



Alvaro J. González G.

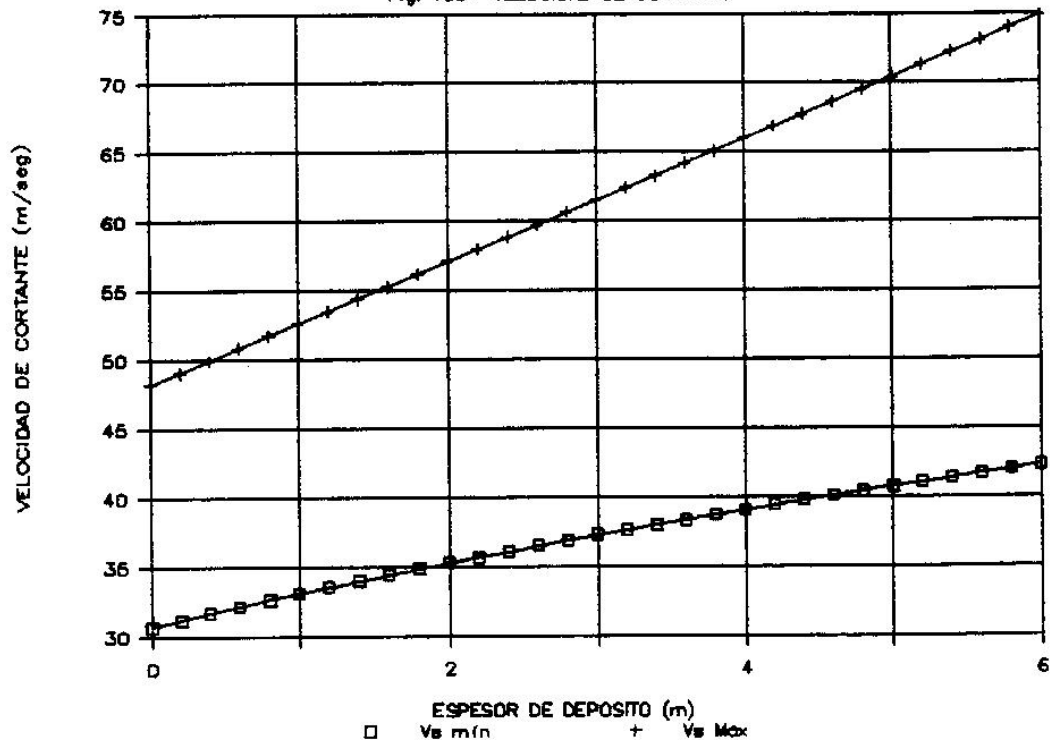
## PILOTES CON CARGA SISMICA-EJEMPLO

Fig. 19a- ESPECTRO DE ACELERACIONES



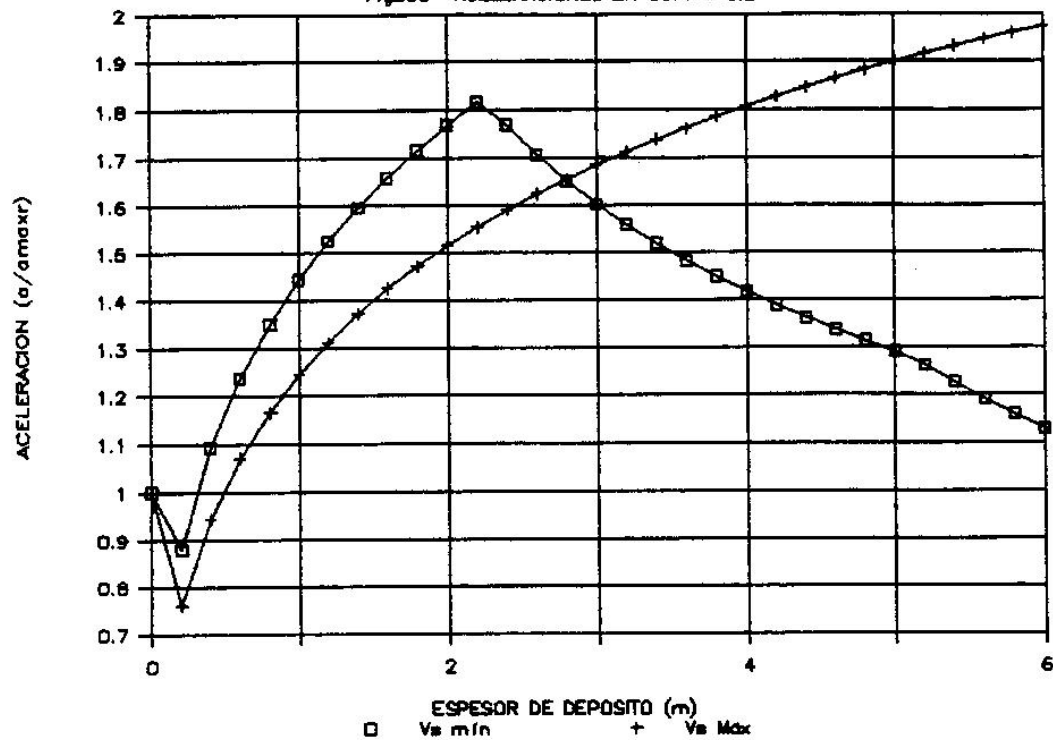
## PILOTES CON CARGA SISMICA-EJEMPLO

Fig. 19b- VELOCIDAD DE CORTANTE



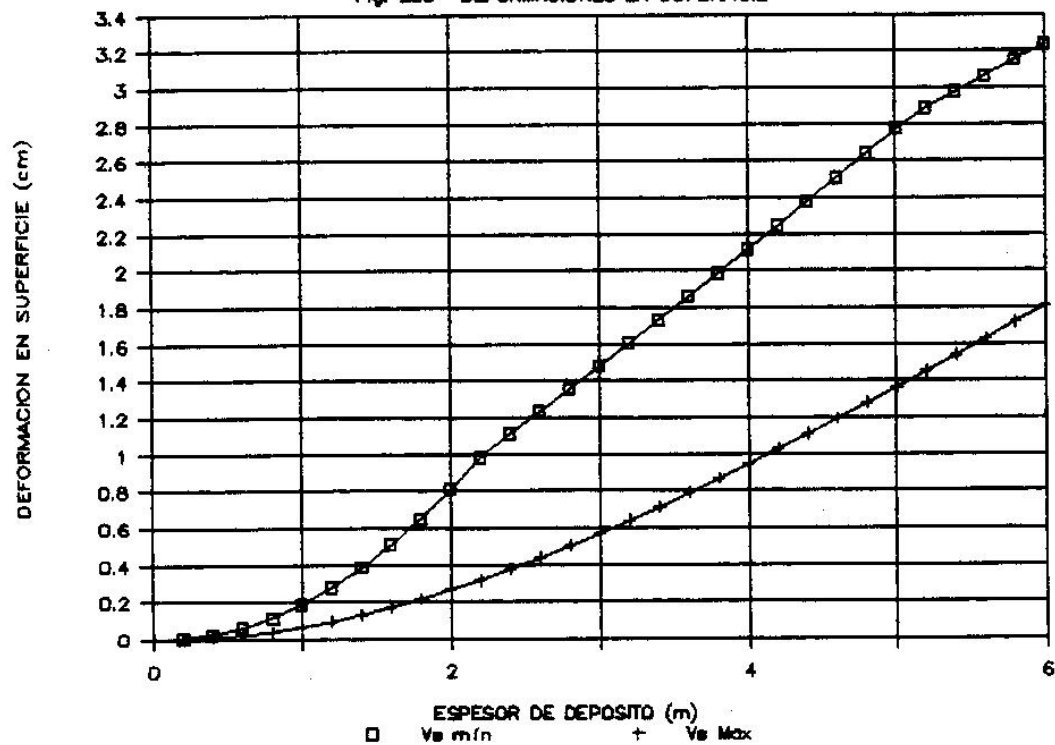
## PILOTES CON CARGA SISMICA- EJEMPLO

Fig.20a- ACELERACIONES EN SUPERFICIE



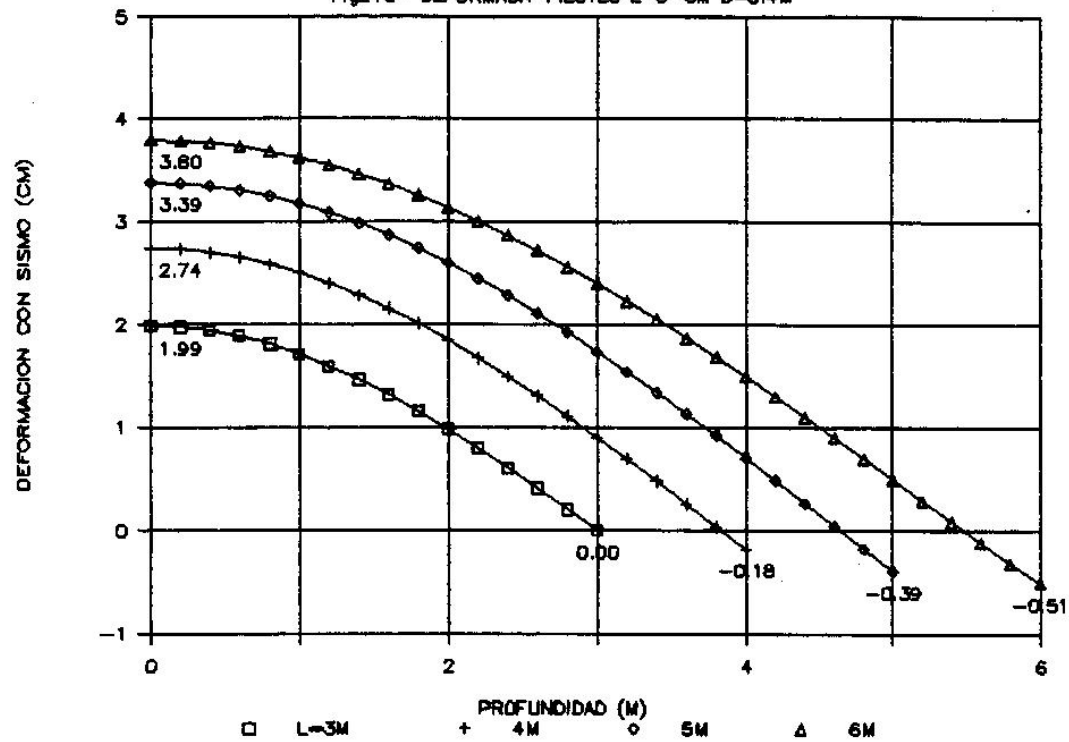
## PILOTES CON CARGA SISMICA- EJEMPLO

Fig. 20b- DEFORMACIONES EN SUPERFICIE



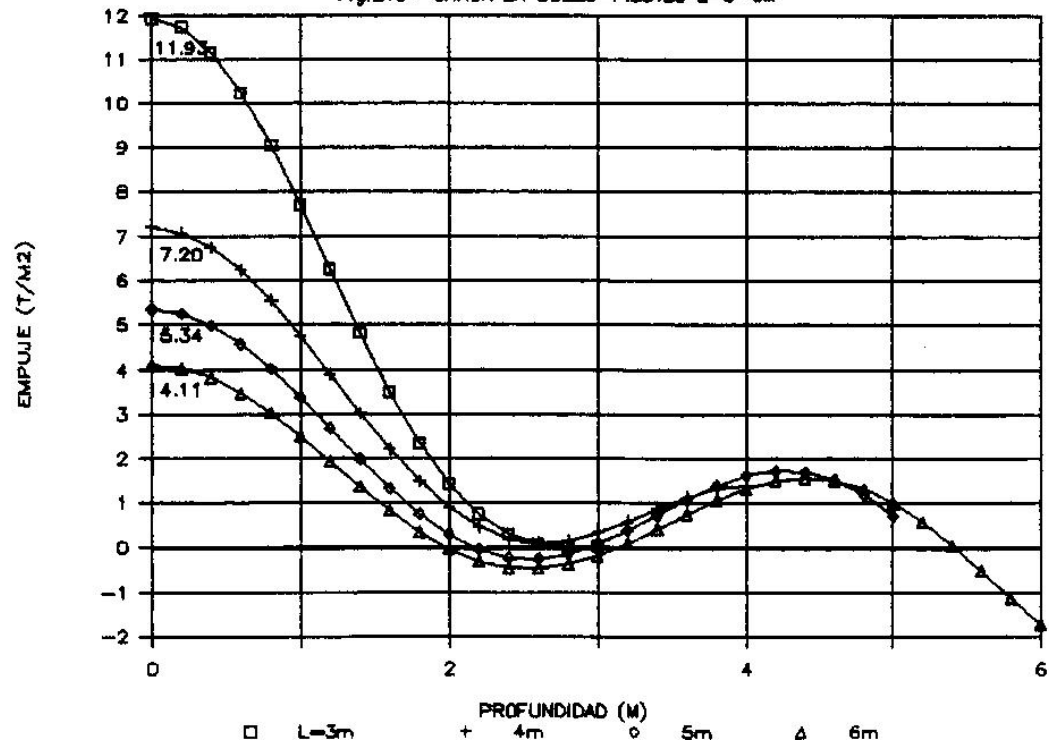
## PILOTES CON CARGA SISMICA-EJEMPLO

Fig.21a- DEFORMADA-PILOTES L=3-6M D=0.4M



## PILOTES CON CARGA SISMICA-EJEMPLO

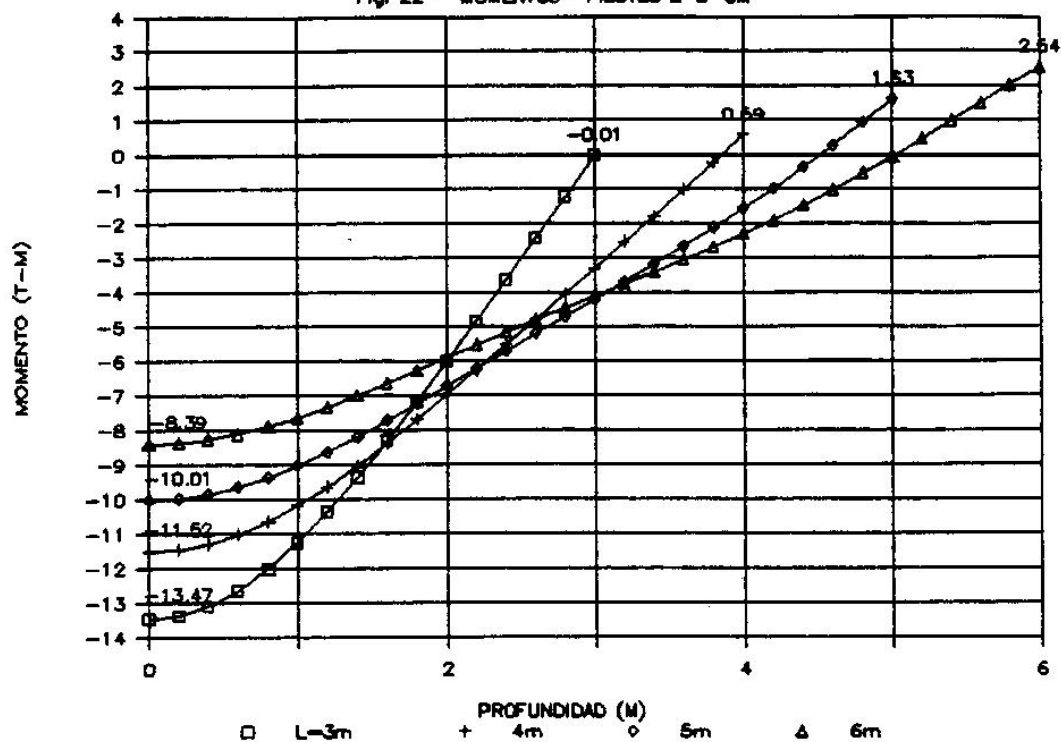
Fig.21b- CARGA EN SUELO-PILOTES L=3-6M





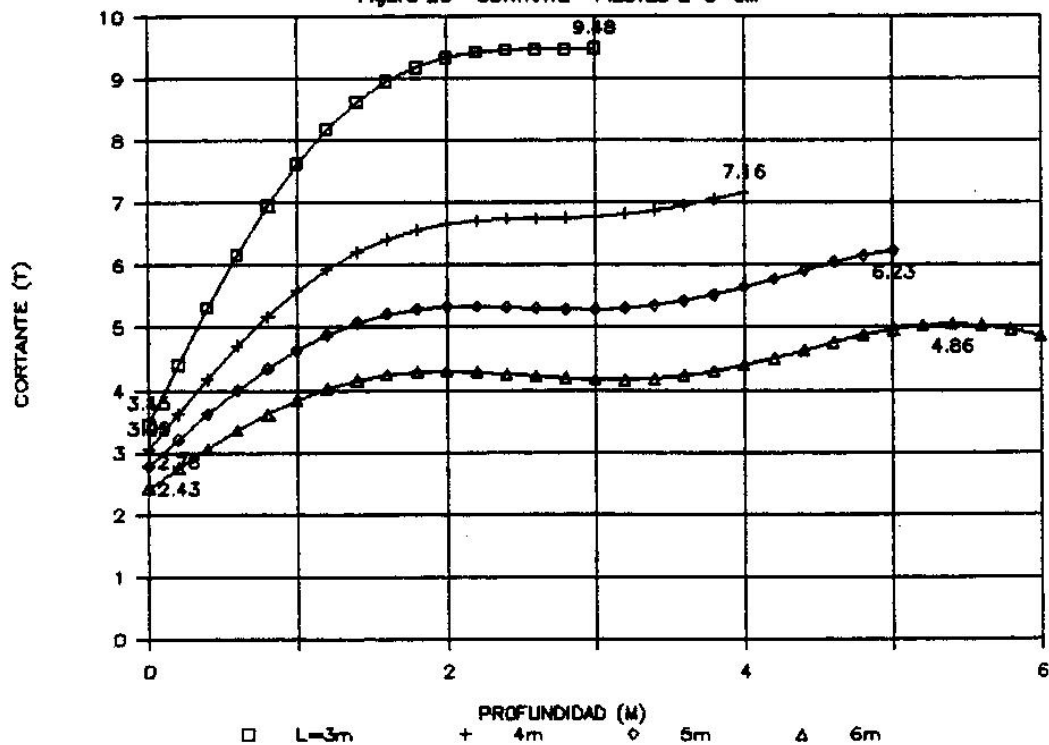
## PILOTES CON CARGA SISMICA -EJEMPLO

Fig. 22- MOMENTOS- PILOTES L=3-6M



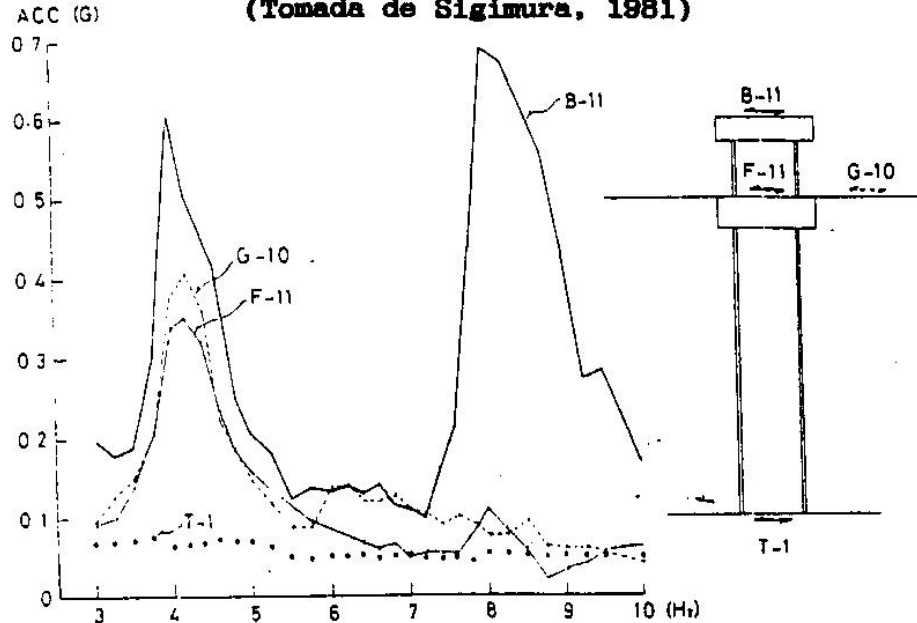
## PILOTES CON CARGA SISMICA

Figura 23- CORTANTE- PILOTES L=3-6M

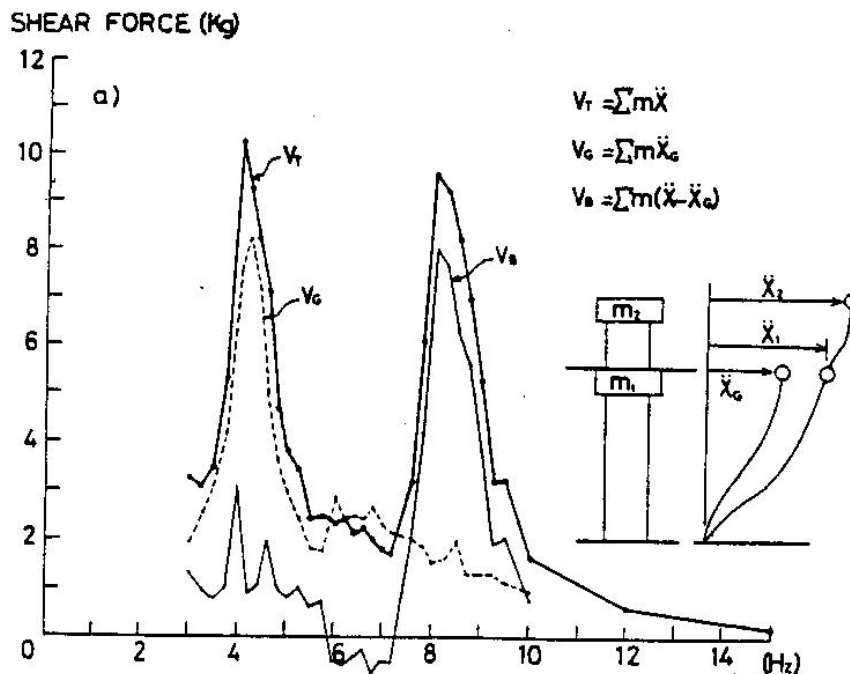


# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

**FIGURA 24a) - ESPECTROS DE ACCELERACIONES SUELO-PILOTES-EDIFICIO**  
(Tomada de Sigimura, 1981)



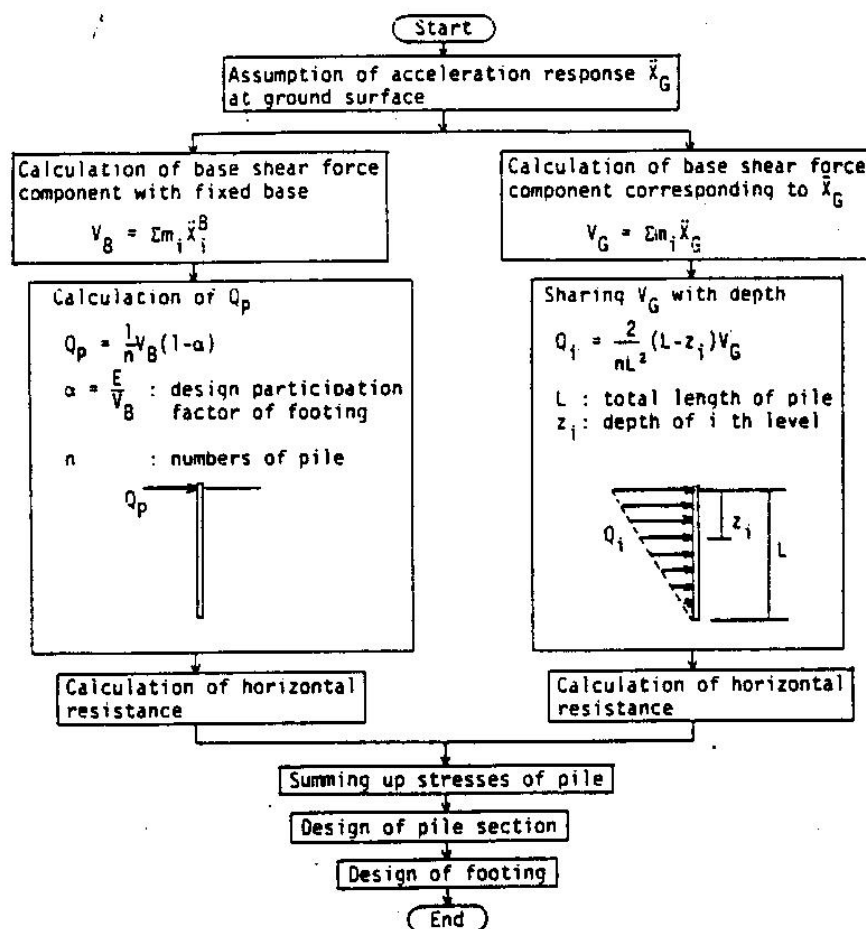
**FIGURA 24b) - CORTANTE EN LA BASE - SISTEMA SUELO-PILOTES-EDIFICIO**  
(Tomada de Sigimura, 1981)



Alvaro J. González G.

# ANOTACIONES SOBRE EL DISEÑO DE PILOTES CON CARGA SISMICA

FIGURA 25 - METODOLOGIA DE CALCULO DE PILOTES CON CARGA SISMICA  
(Tomada de Sigimura, 1981)



Alvaro J. González G.