

V ENCUENTRO DE INGENIEROS DE SUELOS Y ESTRUCTURAS

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO

Bogotá, D. C. Mayo de 2009

FLEXIÓN DE ESTRATOS

FÈLIX HERNÁNDEZ RODRÍGUEZ
1 Profesor Asistente, 1Universidad Nacional de Colombia

1-INTRODUCCIÓN

En variadas circunstancias, tanto naturales como artificiales, se desarrollan taludes siguiendo la pendiente de los estratos. Esta situación se presenta en macizos rocosos conformados por rocas sedimentarias estratificadas. Cuando la estratificación es delgada y existe una alternancia de rocas duras y de rocas blandas, se pueden generar procesos de inestabilidad de los taludes, iniciados por una tendencia a la flexión del estrato expuesto o de un conjunto de estratos delgados ubicados hacia la cara libre del talud. Sistemáticamente, el desplazamiento descendiente de la capa que tiende a flectarse se produce a lo largo de la interfase entre la capa dura, tipo arenisca, limolita o caliza, y estratos arcillosos o lutíticos de menor resistencia al corte. El fenómeno se ve ampliamente favorecido por la presencia de agua, tanto por el ablandamiento que produce en los materiales arcillosos como por las presiones de poros que se desarrollan y que dan pie a fuerzas de subpresión que contribuyen decididamente en ese tipo de fenómenos. De igual manera, la presencia ocasional de fuerzas transitorias en el sentido normal a la cara libre, trátase de cargas sísmicas o producidas por voladuras, pueden desencadenar esos procesos de flexión. Dependiendo de las características geométricas de las diaclasas, de su persistencia y de su espaciamiento, se pueden generar diversos tipos de mecanismos de colapso, incluyendo el que es motivo de este artículo: la flexión de estratos. Ineludiblemente, la falla se transformará en una falla planar a lo largo de la estratificación, a menos que lo impidan restricciones cinemáticas de tipo geométrico u ocasionadas por sobrecargas sobre los materiales que se flectan.

Este mecanismo de inestabilidad es frecuente en pendientes estructurales, muy particularmente en los taludes bajos de las minas a cielo abierto. En la Figura No. 1 se ilustra esquemáticamente un talud bajo, resultante del avance y profundización continuos del frente de explotación. En la Fotografía No. 1 se muestran esos detalles de los taludes bajo y frontal en una explotación de carbón a cielo abierto.

El presente artículo es una versión modificada del trabajo que se presentó en el II Seminario del Semillero de Investigación en Mecánica de Rocas de la Universidad Nacional de Colombia, en el 2007.

2- MECANISMOS DE FALLA

Al ir creciendo la profundidad de la explotación de una mina, se pueden crear problemas de estabilidad en los taludes bajos dependiendo de la competencia del macizo rocoso, de la

geometría del talud, de las características geométricas de los estratos, del sistema de diaclasas, de la presencia del agua y de otras acciones a las que se pueden ver sometidas las laderas. Eventualmente, se pueden presentar deslizamientos de tipo circular si el macizo está muy fracturado o si su resistencia al corte es muy reducida. Cuando las rocas tienen parámetros adecuados de resistencia, tanto al corte como a la tracción, es posible que el sistema de diaclasas posibilite la generación de deslizamientos planos, bien sea en forma de cuñas simples o de movimientos compuestos dominados por los sistemas de discontinuidades presentes. Estos tipos de mecanismos de falla se ilustran en las Figuras No. 2-a y 2-b. La Fotografía No. 2 constituye un buen ejemplo de falla plana compuesta.

En la medida en que la estratificación se torne más fina y en que se encuentren alternancias de rocas duras y de rocas blandas, los mecanismos de flexión se hacen más probables. En esas circunstancias, y bajo la presencia de fuerzas normales que traten de separar los estratos más superficiales, la resistencia al corte a lo largo del contacto entre la capa superior más dura y el material arcilloso subyacente no es suficiente para contrarrestar la componente tangencial del peso del estrato superior. De esa manera, y en la medida en que el talud se vaya profundizando y aumentando su longitud en el sentido de la cuelga, la fuerza axial va creciendo considerablemente. Consecuentemente, el estrato superior se verá sometido tanto a cargas axiales como transversales que crecen con la profundidad y que lo conducen a un estado de flexo compresión, a manera de viga-columna. En esas circunstancias, la escasa separación entre diaclasas transversales a la estratificación, o la reducida resistencia a la tracción de la roca, producirán un fenómeno de articulación de bloques como el que se muestra en la Figura No. 2-c y en la Fotografía No. 3.

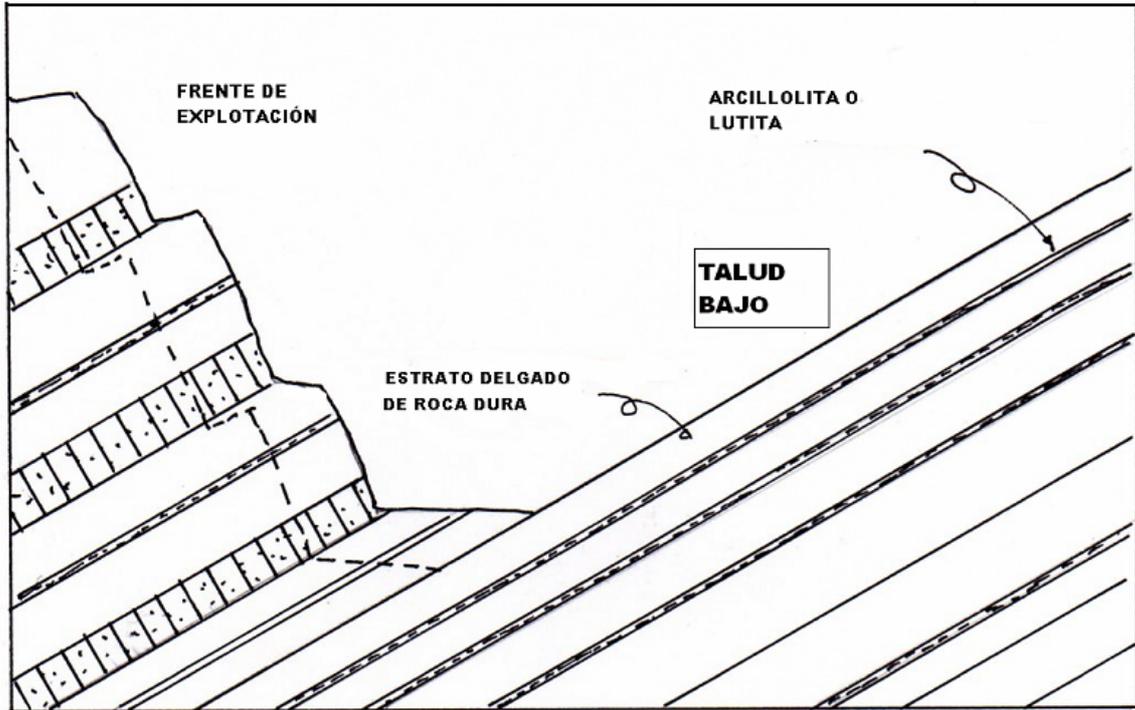
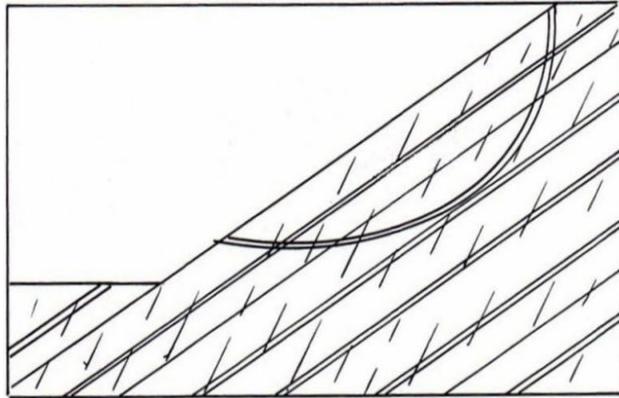


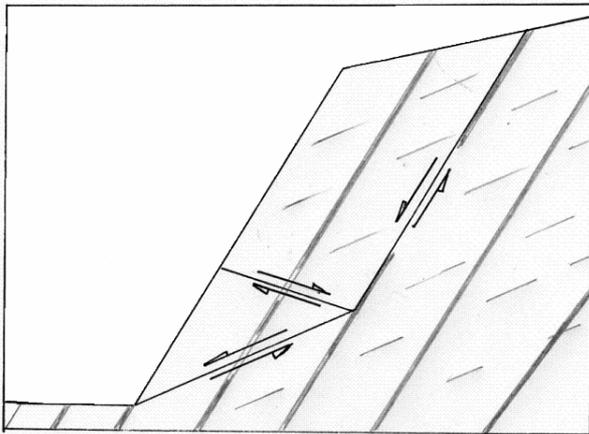
FIGURA No 1: TALUD BAJO EN EXPLOTACIONES MINERAS A CIELO ABIERTO



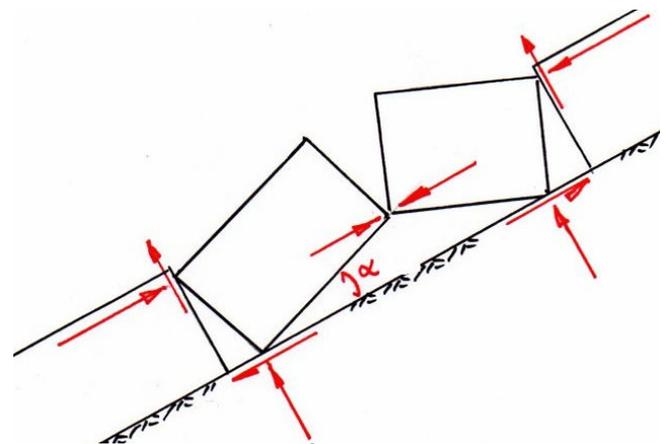
FOTOGRAFÍA No 1: TALUDES BAJO Y FRONTAL DE UNA MINA DE CARBÓN



a) DESLIZAMIENTO CIRCULAR



b) FALLA PLANAR COMPUESTA



c) ARTICULACIÓN DE BLOQUES

FIGURA No 2: MECANISMOS DE FALLA DE LOS TALUDES BAJOS

3- FLEXIÓN DE ESTRATOS

El fenómeno de flexión del estrato expuesto en la cara libre se puede dar cuando se presentan las condiciones que se vienen de enunciar y cuando esta capa de roca tiene la integridad suficiente y está afectada por discontinuidades bastante separadas. De esa manera, se presentan losas continuas de roca que, bajo las condiciones señaladas pueden comportarse como vigas-columna. De hecho, el fenómeno puede manifestarse de diferentes formas y desencadenar, con posterioridad a su ocurrencia, desplazamientos planares de importancia o replegamientos muy vistosos cuando haya restricciones cinemáticas que impidan ese desplazamiento. En la Figura No. 3 se presentan esquemas de diferentes posibilidades de flexión. En primer término, si la diaclasa tiene un azimut de buzamiento similar a la del estrato, pero tiene un buzamiento menor, la losa que desciende se puede flexionar sobre la inferior o deslizarse sobre ella. Si con el mismo azimut, la diaclasa tiene un buzamiento mayor que la estratificación, la losa superior se podría deslizar bajo la inferior flexionándola hacia arriba; es lo que llamamos flexión inferior. Cuando hay buena continuidad en el estrato superior, la flexión puede iniciarse en condiciones similares a la de una viga doblemente empotrada, con restricción al giro en los dos extremos del bucle. A menudo, en las inmediaciones del fondo de la excavación, sólo se presenta una restricción al giro en la parte inferior debido al empotramiento del estrato superior dentro del macizo rocoso. El extremo superior podría considerarse como articulado, o parcialmente articulado, si coincide con una discontinuidad perpendicular a la estratificación; es la condición de semi-empotramiento.

Finalmente, cuando la familia de diaclasas es perpendicular a la estratificación y facilita la conformación de losas continuas de buena longitud, esas losas se pueden comportar como vigas-columna articuladas en los dos extremos. Esa es la condición que nos proponemos analizar en lo que sigue.

4-PROPIEDADES MECÁNICAS DE LAS ROCAS

Las propiedades mecánicas de las rocas y de las discontinuidades deben evaluarse concienzudamente para llegar a pronósticos plausibles sobre el comportamiento de los taludes bajos y para poder diseñar, oportunamente, los sistemas de estabilización cuando fueran necesarios. Paralelamente con ello, se requiere de un levantamiento minucioso de las características geométricas del talud y del sistema de juntas: estratificación, diaclasas y fracturas.

Para la determinación de las propiedades mecánicas, es necesario hacer las pruebas correspondientes de laboratorio sobre resistencia al corte y a la tracción de las rocas, y sobre compresibilidad. Estas determinaciones, habida cuenta de sus incertidumbres, deberían acompañarse de observaciones cuidadosas de campo y, en lo posible, complementarse con análisis retrospectivos de estabilidad.



FOTOGRAFÍA No. 2: FALLA PLANAR COMPUESTA EN EL TALUD BAJO DE UNA MINA DE CARBÓN



FOTOGRAFÍA No. 3: ARTICULACIÓN DE BLOQUES

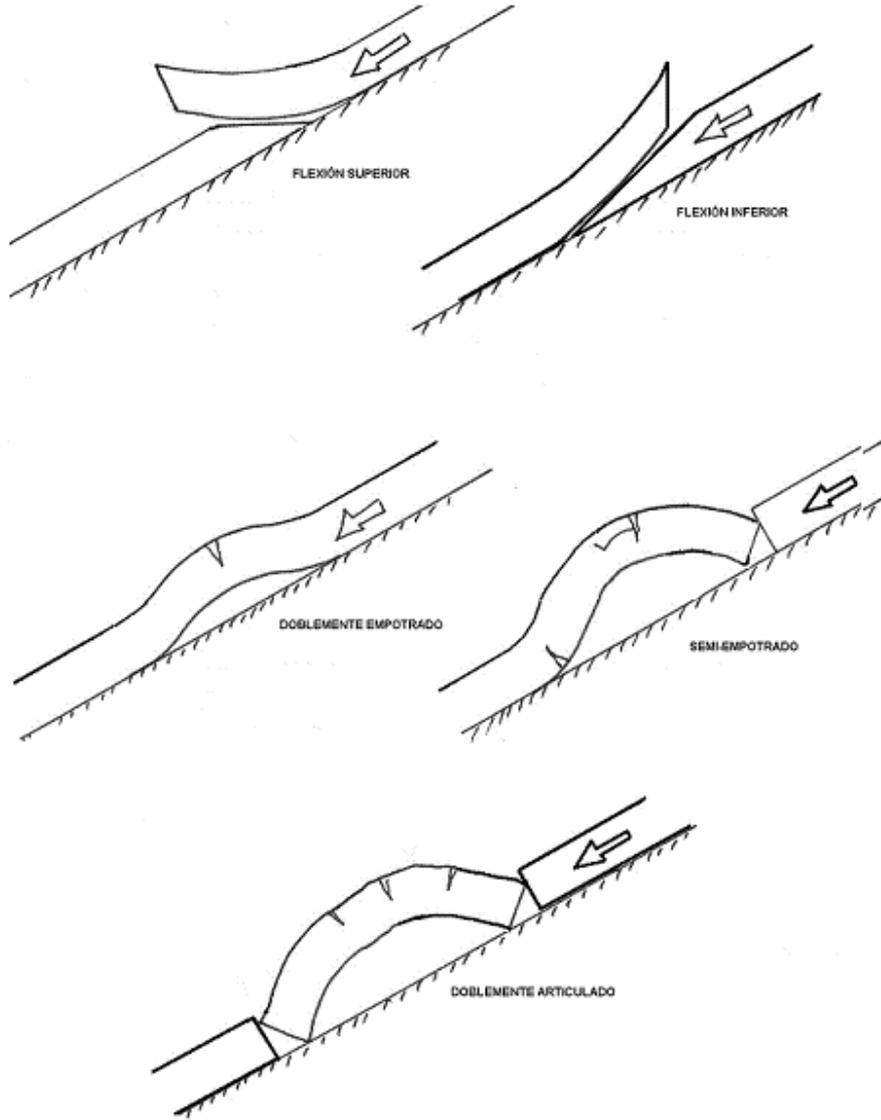


FIGURA No. 3: MECANISMOS DE FLEXIÓN DE ESTRATOS

Para el caso que nos ocupa, es definitiva la evaluación de la envolvente de resistencia de la roca y la determinación de la resistencia al corte en el contacto entre el estrato duro y el blando. Se sabe que estas envolventes no son rectas y que, por ende, los parámetros de resistencia no son constantes: dependen del esfuerzo de confinamiento. Para el material rocoso se cuenta con formulaciones como la de Ladanyi y Archambault:

$$\tau_r = \sigma_j \frac{\sqrt{1+n}-1}{n} \left(1 + n \frac{\sigma}{\sigma_j} \right)^{1/2} \quad (1)$$

en que: τ_r es el esfuerzo cortante en el plano de falla
 σ_j es la resistencia a la compresión uniaxial de la roca, y
 n es la relación entre resistencias a la tracción y a la compresión

o la formulación de Hoek y Brawn que establece que:

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_c\sigma_3 + s\sigma_c^2} \quad (2)$$

en que: σ_1 y σ_3 son los esfuerzos principales en la condición de falla
 σ_c es la resistencia a la compresión inconfiada y
 m y s son parámetros de resistencia que definen las componentes de tracción, de fricción y de cohesión del material rocoso

Para el contacto entre roca dura y blanda se puede emplear una formulación similar a la que se usa para discontinuidades. Barton, para este propósito, propuso la siguiente expresión:

$$\tau = \sigma \cdot \tan \left(\phi + JRC \log \frac{\sigma_j}{\sigma} \right) \quad (3)$$

en que: τ es el esfuerzo cortante de falla en el plano de la discontinuidad
 σ es el esfuerzo normal a ese plano
 ϕ es el ángulo básico de fricción
 JRC el índice de rugosidad de la discontinuidad, y
 σ_j la resistencia a la compresión simple

En la Figura No.4 se muestran las formas típicas de esas envolventes.

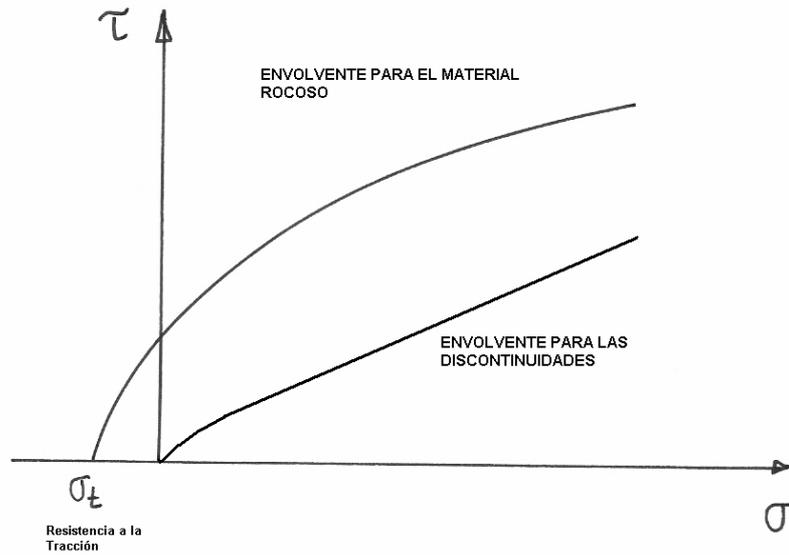


FIGURA No. 4: ENVOLVENTES DE RESISTENCIA PARA EL MATERIAL ROCOSO Y PARA LAS DISCONTINUIDADES

Los parámetros de compresibilidad, especialmente el módulo de Young E , se obtienen de la interpretación adecuada de las curvas esfuerzo-deformación obtenidas en las pruebas triaxiales.

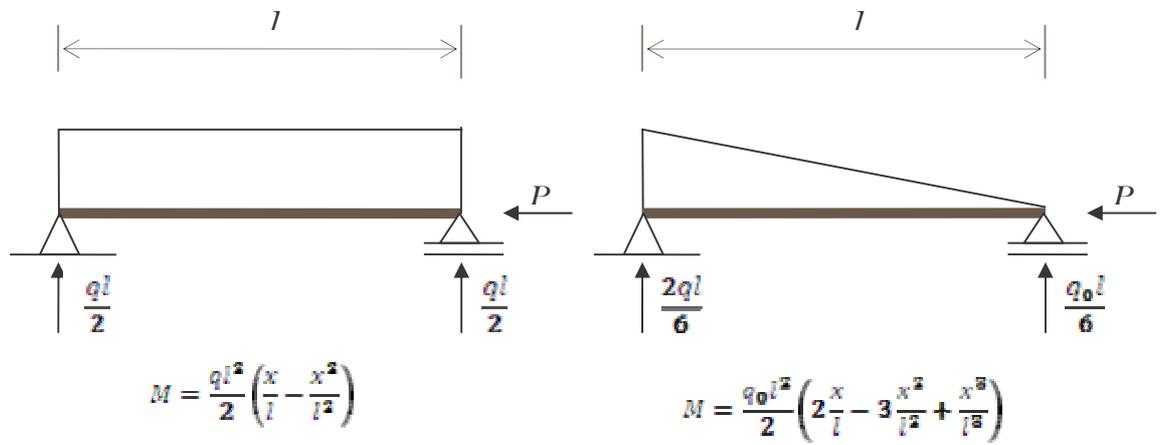
5- ANÁLISIS DEL FENÓMENO DE FLEXIÓN

Aquí vamos a tratar el caso de flexión de una losa de roca doblemente articulada. Para tal propósito recurriremos a la teoría de las vigas-columna, derivada de la teoría de la estabilidad elástica. Se supondrán unas condiciones de frontera simples con el objeto de poder llegar a una solución analítica. El modelamiento detallado de la situación requeriría de un tratamiento numérico que estaría fuera del alcance propuesto para este artículo. Consecuentemente, se considerará una viga como la de la Figura No. 5, sometida a una carga transversal de tipo trapezoidal que es, a su vez, la suma de una carga uniforme q y de una carga triangular que tiene un máximo de q_0 en uno de sus extremos. Adicionalmente, actúa una fuerza axial P comprimiendo a la roca. La viga tiene una rigidez a la flexión EI y un momento de fluencia M_f definido por la resistencia a la tracción de la roca σ_t .

El análisis de esas condiciones de carga conduce a los siguientes que se muestran a continuación.

La fuerza cortante, producida por las cargas uniforme, triangular y axial, viene dada por:

$$V = \frac{l}{6}(3q - 2q_0) - l(q + q_0)\frac{x}{l} + \frac{q_0 l}{2} \cdot \frac{x^2}{2} \quad (4)$$



CARGA UNIFORME

CARGA TRIANGULAR

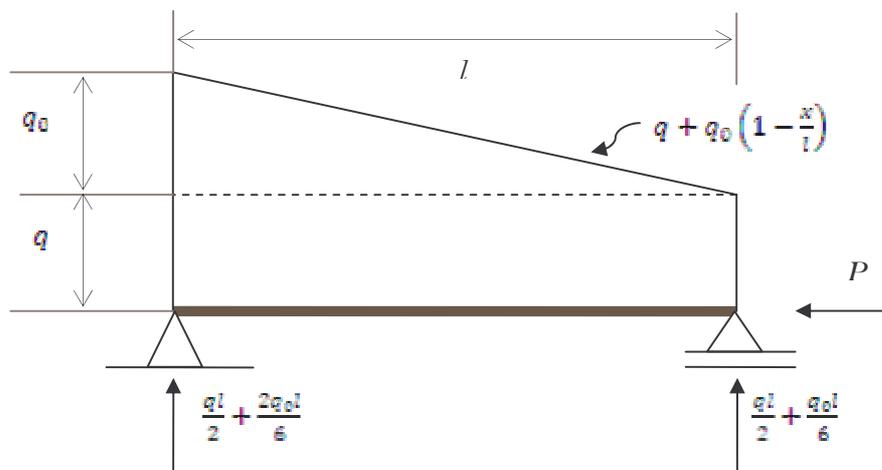


FIGURA No. 5: VIGA SOMETIDA A CARGA UNIFORME+ TRIANGULAR + AXIAL

La fuerza cortante será cero para un valor de x igual a x_c dado por:

$$x_c = l \left[\frac{(q + q_0)}{q_0} - \sqrt{\frac{(q + q_0)}{q_0} \left[\frac{(q + q_0)}{q_0} - 1.0 \right] + \frac{1}{3}} \right] \quad (5)$$

La expresión para el momento flector de la viga es:

$$M = \frac{l^2}{6} \left[(3q + 2q_0) \frac{x}{l} - 3(q + q_0) \frac{x^2}{l^2} + q_0 \frac{x^3}{l^3} + q_0 \frac{x^3}{l^3} \right] + Py \quad (6)$$

Con el objeto de poder determinar la deflexión, es necesario aplicar la ecuación

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = (-M)$$

para llegar a:

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} + Py = -\frac{l^2}{6} \left[(3q + 2q_0) \frac{x}{l} - 3(q + q_0) \frac{x^2}{l^2} + q_0 \frac{x^3}{l^3} \right] \quad (7)$$

Designando la relación entre la carga axial y la rigidez a la flexión de la viga por K , tal que:

$$K^2 = \frac{P}{EI} \quad (8)$$

La solución de la Ecuación 7: la deflexión de la viga, es:

$$y = \frac{1}{EI \cdot K^4} \left\{ (q + q_0)(1 - \cos[Kx]) + [(q + q_0) \cdot \cos Kl - q] \frac{\sin Kx}{\sin Kl} + \left[\frac{(3q + 2q_0)k^2 l^2}{6} - q_0 \right] \left(\frac{x}{l} \right) - \frac{(q + q_0)k^2 l^2}{2} \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

El momento flector se puede escribir así:

$$M = \frac{1}{K^2} \left\{ (q + q_0) \left(1 - \cos[Kx] \right) + [(q + q_0) \cos kl - q] \frac{\sin kx}{\sin kl} - q_0 \left(\frac{x}{l} \right) \right\} \quad (10)$$

El momento será máximo para un valor de x igual a x_c , dado por la Ecuación 5. Si ese valor llega a igualar o superar el valor del momento de fluencia de la roca, dado por:

$$M_f = \frac{t^2}{6} \sigma_t \quad (11)$$

En que t es el espesor de la viga rocosa y σ_t la resistencia a la tracción del material rocoso.

Con base en lo anterior, se puede entonces establecer un factor de seguridad para falla por flexión, dado por:

$$F_s = \frac{M_f}{M} \quad (12)$$

La carga axial P que aparece en la formulación anterior, en el caso de taludes rocosos, proviene del desbalance entre la componente tangencial del peso del estrato y de la reacción friccional que provee el contacto entre la losa que tiende a flectarse y el estrato blando

inferior. Si esa reacción es menor que la componente tangencial del peso, la fuerza axial irá creciendo con la profundidad.

La carga uniformemente repartida, q , que hemos mencionado en la formulación del problema, corresponde a la componente normal del peso del estrato superior que conforma la losa de flexión nos hemos ocupado hasta el momento.

6. ARTICULACIÓN DE BLOQUES

Una manifestación muy clara, en campo, del proceso de pandeo de la losa de la cara libre consiste en la articulación de bloques producida por el empuje de la parte superior del talud, por los empujes normales, debidos al agua principalmente, y por la plastificación en los puntos de contacto entre los bloques. En menor medida, tal vez, intervienen las deformaciones elásticas de los materiales, que contribuyen a que el fenómeno se pueda presentar.

En la Figura No. 6 se ilustra la cinemática del problema y las fuerzas que intervienen, según el modelo propuesto por Cavers (1980). En ese modelo los bloques se consideran rígidos y las discontinuidades perpendiculares a la losa. Se supone que en la condición de falla se pierde el contacto de los bloques que se movilizan con la base de soporte. Para que tal fenómeno se pueda presentar se requiere que la parte superior al punto A se pueda deslizar hacia arriba para darle espacio al giro de los bloques rígidos. Esta condición se muestra en las Fotografías No. 4 donde se pone en evidencia que dejando un bloque extremo fijo, el del otro extremo tiene que retroceder para que los bloques centrales puedan girar.



FIGURA No. 6a: CONDICIÓN DE LOS BLOQUES EN LA CONDICIÓN INICIAL



FIGURA No. 6b: CONDICIÓN DE LOS BLOQUES EN LA CONDICIÓN ARTICULADA

En el diagrama de fuerzas de la Figura 6 se evidencia que hay seis incógnitas: las fuerzas P y Q en cada uno de los puntos de contacto, o articulaciones. Para evaluar esas incógnitas es necesario utilizar las tres ecuaciones del equilibrio estático para cada uno de los dos bloques involucrados en el problema. La solución de ese sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$Q_A = \frac{1}{l_1 + l_2} \left[-W_1 \left(\frac{t \operatorname{sen} \alpha}{2} + \frac{l_1 + 2l_2}{2} \operatorname{cos} \alpha \right) - W_2 \left(\frac{l_2 \operatorname{cos} \alpha}{2} + \frac{t \operatorname{sen} \alpha}{2} \right) + U_1(l_1 + l_2 - x_1) + U_2 x_2 \right] \quad (13)$$

$$P_A = \frac{1}{t(l_1 + l_2)} \left[-W_1 \left(\frac{2l_1 + l_2}{2} t \operatorname{sen} \alpha + \frac{l_1 l_2}{2} \operatorname{cos} \alpha \right) - W_2 l_1 \left(\frac{l_2 \operatorname{cos} \alpha}{2} + \frac{t \operatorname{sen} \alpha}{2} \right) + U_1 x_1 l_2 + U_2 x_2 l_1 \right] \quad (14)$$

$$Q_1 = Q_A + W_1 \operatorname{cos} \alpha - U_1 \quad (15)$$

$$P_1 = P_A + W_1 \operatorname{sen} \alpha \quad (16)$$

$$Q_B = -Q_A - (W_1 + W_2) \operatorname{cos} \alpha + U_1 + U_2 \quad (17)$$

$$P_B = P_A + (W_1 + W_2) \operatorname{sen} \alpha \quad (18)$$

Para analizar la condición de estabilidad habría que mirar si en los puntos de contacto las

fuerzas Q igualan o sobrepasan la resistencia al corte disponible, $P \cdot \tan \phi$, caso en el cual

habría deslizamiento, o si las fuerzas resultantes en esos puntos pudieran plastificar el material al producir esfuerzos mayores o iguales que la resistencia a la compresión simple de material rocoso.

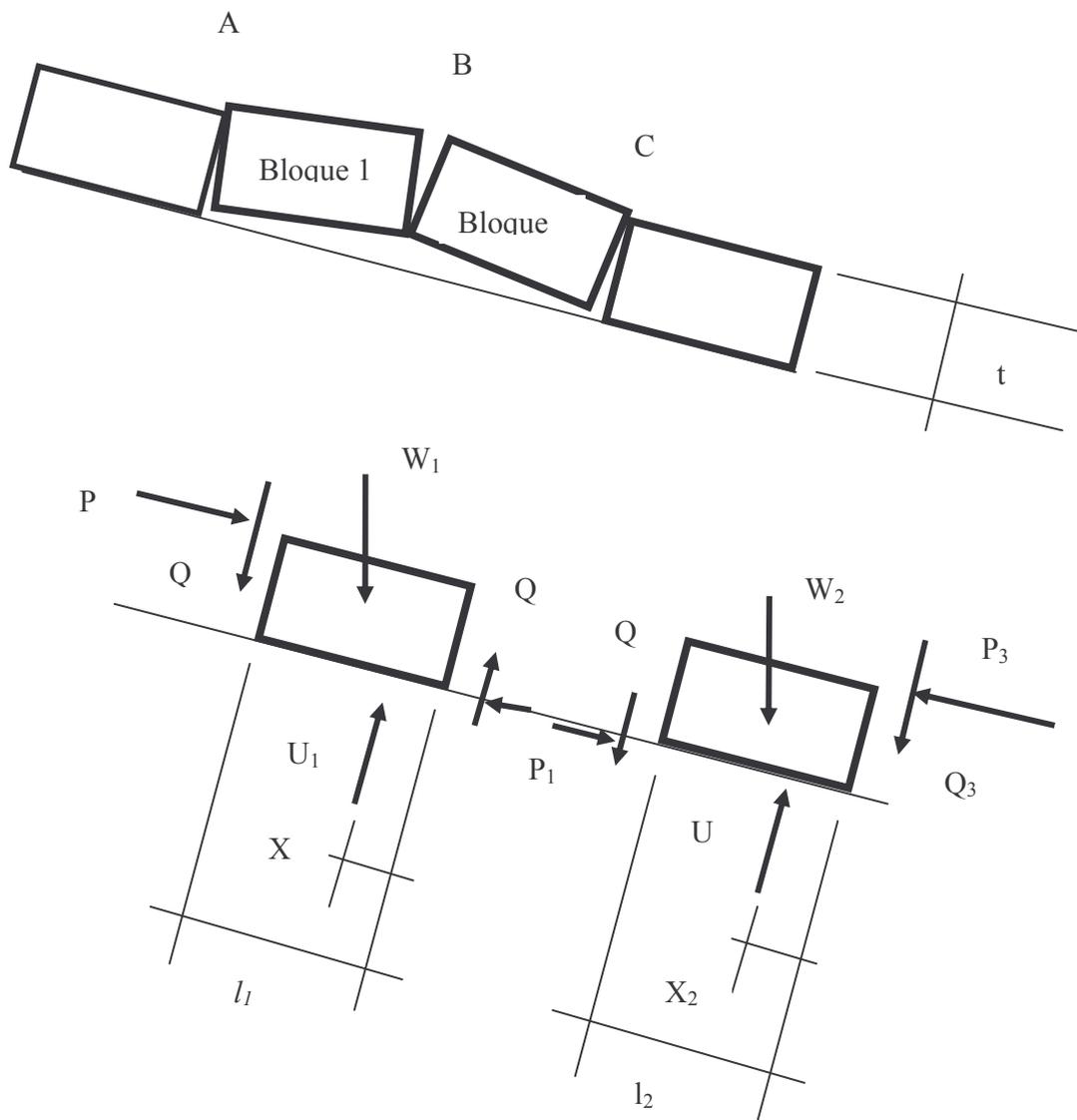


FIGURA No. 6 : ARTICULACIÓN DE BLOQUES, GEOMETRÍA DEL MODELO Y FUERZAS ACTUANTES Y RESISTENTES SEGÚN D. S. CAVERS (1980)

Un análisis físico, con modelos como el de la Fotografía No. 6, o matemático con las ecuaciones señaladas, muestra que el fenómeno de fricción sólo se podría presentar en materiales con muy bajo coeficiente de rozamiento. Por otra parte, también se puede

concluir que el modelo produce mejores condiciones de estabilidad en la medida que P_A crezca. En otras palabras, que sería mejor la estabilidad en la medida en que el talud sea más profundo. Esto se debe, sin duda, a la consideración de los bloques como absolutamente rígidos.

En la realidad, las fuerzas concentradas en las esquinas producen plastificación en esos puntos. Tal efecto hace que la longitud diagonal de los bloques, por decirlo así, se reduzca y ocasione una mayor posibilidad para la combadura de la losa que conforma la cara libre del talud.

7- CONCLUSIONES

En forma muy básica se han presentado modelos y métodos de trabajo muy derivados de la ingeniería estructural para resolver problemas bastante complejos de la geotecnia, y de la mecánica de rocas en particular. Con esa base, se quiere enfatizar el hecho de que la ingeniería de estructuras y la geotécnica están más hermanadas de lo que podría sugerir la práctica corriente, y la enseñanza de la ingeniería civil en las universidades. Finalmente, son disciplinas provenientes de la mecánica del medio continuo que en ocasiones utilizan metodologías de trabajo diferentes. En otras, como en el caso de flexión de estratos, se basan en los mismos conceptos y metodologías de la resistencia de materiales. El autor considera que con estos elementos se enfatiza en los propósitos de los organizadores del V encuentro de Ingenieros de Suelos y de Estructuras.

En lo referente a la flexión de estratos se ha presentado un primer método de análisis basado la aplicación cuidadosa de la teoría de la estabilidad estructural. El segundo método objeto de este trabajo, lleva implícita la sugerencia de trabajar con otro método originado en la teoría de estructuras: el de la viga “Vousoir”, o viga seccionada, de tanta utilidad en el análisis de la estabilidad del techo de las cámaras subterráneas, y con un potencial muy grande para el problema que se ha tratado de describir aquí.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Brady, B. H. G. & Brown E. T. (1993) *Rock Mechanics for Underground Mining*. 2nd Edition, Chapman & Hall

Timoshenko, S. P. & Gere, J. M. (1961) *Theory of Elastic Stability*. © McGraw-Hill Book Co.

Bažant, Z. P. & Cedolin, L. (2003) *Stability of Structures*. © Dover Editions

Cavers, D.S. Simple Methods to Analyse Bucking of Rock Slopes

Hoek, E. & Bray, J. W. (1981)*Rock Slope Engineering*. Revised 3rd Edition. Institution of Mining and Metallurgy

