CALCULO SIMPLIFICADO DE CAPACIDAD PORTANTE DE CIMIENTOS SUPERFICIALES EN LADERA

ALVARO J. GONZALEZ G., I.C., M.Sc., DIC

Profesor Asociado, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional; Ingeniero Consultor Socio y Gerente, Análisis Geotécnicos Colombianos AGC Ltda

RESUMEN : En todos los textos de Mecánica de Suelos y de Fundaciones se incluyen las ecuaciones básicas para los factores de capacidad portante (Ng, Nc, Ng) para cimientos superficiales siempre con el terreno horizontal y luego se introducen, entre otros, factores de corrección por la inclinación del terreno que se encuentra por fuera de la carga. En el presente artículo se presentan ecuaciones simplificadas y gráficos para los factores de capacidad portante para terreno externo inclinado (NIg, NIc, NIg). Con un ejemplo se comparan los resultados obtenidos con éstos factores con los valores resultantes de aplicar factores de corrección y métodos y gráficos de otros autores (Vesic, Hansen, Meyerhof, etc), así como con la solución que resulta del uso de programas de estabilidad de taludes, en particular STABL, el cual es muy útil, en especial cuando el terreno es altamente heterogéneo. Se discuten las aproximaciones y divergencias entre los diferentes modelos y finalmente se concluye que la capacidad portante de cimientos superficiales en terreno inclinado puede reducirse hasta en un 50% a 60% en relación a la que se obtiene en terreno plano, por lo que no tener en cuenta este factor lleva a diseños menos seguros de lo que se está pensando o aún a diseños claramente inseguros, situación crítica en un país tan montañoso como Colombia.

PALABRAS CLAVE: cimentaciones, laderas, capacidad portante

1. CAPACIDAD PORTANTE DE CIMIENTOS SUPERFICIALES

El problema de la capacidad portante de cimientos superficiales se ha solucionado con teoría de plasticidad desde hace ya bastante tiempo (por ejemplo Prandtl,1923 y Reissner, 1924; Terzaghi,1943; Brinch-Hansen,1950; Meyerhof,1953; Vesic,1975), suponiendo siempre el terreno de apoyo del cimiento horizontal.y de extensión lateral infinita (Figura 1)

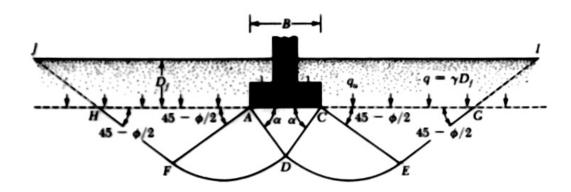


Figura 2 - Cimiento Superficial

La ecuación de capacidad portante está dada, para resistencia Mohr-Coulomb, por:

$$\begin{array}{lll} q_{ult} &= c^{'} \, \text{Nc} + q \, \text{Nq} + \frac{1}{2} \, \gamma \, \text{B} \, \text{Ng} & (1) \\ &= \text{capacidad última del cimiento (F/L2)} \\ c^{'} &= \text{cohesión efectiva (F/L2)} \\ q &= \text{sobrecarga externa} = \gamma 1 \, \text{x Df (F/L2)} \\ \gamma 1 &= \text{peso unitario del suelo externo} \\ Df &= \text{altura de suelo externo} \\ \gamma &= \text{peso unitario del suelo bajo el cimiento (F/L3)} \\ B &= \text{ancho del cimiento (L)} \\ Nc, Nq, Ng &= \text{factores de capacidad portante que son función de } \phi^{'} \\ \phi^{'} &= \text{ángulo de fricción interna del suelo portante} \end{array}$$

En relación con los diferentes factores N se puede decir:

- A) La solución de la capacidad última realmente coresponde al Segundo Teorema de la Teoría de Plasticidad que evalúa el Límite Superior de la carga de colapso y como tal corresponde a un campo cinemáticamente posible. (Drucker y Prager, 1952)
- B) Con Teoría de Plasticidad se tiene solución para los factores Nq y Nc en un material sin peso, la cual depende del ángulo α de la cuña central ACD con la horizontal ($\phi' \le \alpha \le [\pi/4 + \phi'/2]$), y cuya fórmula se dió por primera vez por Prandtl (1920) y Reissner (1924), asï:

Nc =
$$\tan \alpha + [\cos (\alpha - \phi')/(\sin \phi' \cos \alpha)][(1 + \sin \phi') \exp [(3\pi/2 + \phi' - 2) \tan \phi'] - 1]$$
 (2)

$$Nq = [\cos (\alpha - \phi')/\cos] \tan (\pi/4 + \phi'/2) \exp [(3\pi/2 + \phi' - 2\alpha) \tan \phi']$$
(3)

Para el límite superior de $\alpha = \pi/4 + \phi'/2$, que corresponde a un cimiento liso en el cual q_{ult} es el esfuerzo principal mayor:

$$Nq = Kp \exp (\pi \tan \phi')$$
 (4)

$$Kp = tan^2 (\pi/4 + \phi'/2) = (1 + sen \phi')/(1 - sen \phi')$$
 (5)

$$Nc = (Nq - 1) \cot \phi'$$
 (6)

Las cuales son las expresiones usadas por la mayoría de los autores. Sin embargo Terzaghi (1948) asume que el cimiento es perfectamente rugoso y adopta el límite inferior de $\alpha = \phi'$, mientras que Meyerhof (1953) concluye que para este cimiento rugoso $\alpha = 1.2$ ϕ' . Estas variaciones de α resultan en valores superiores de Nq y Nc en relación con los de las fórmulas (4) y (6), para los de Terzaghi e inferiores para los de Meyerhof.

C) La Teoría de Plasticidad no incluye el peso propio de la masa de suelo que falla y al involucrarlo, con el factor Ng, hay que apelar a valores semiempíricos o francamente experimentales y hay una gran variedad de soluciones, con valores muy dispares entre los extremos. En la Tabla 1 y Figura 2 se presentan algunos valores desarrollados por diferentes autores y aún no hay unanimidad sobre este factor:

TABLA 1 –	· Valores de	Ng según difer	entes Autores

AUTOR	EXPRESION	RUGOSIDAD	OBSERVACIONES	
Terzaghi (1943)	1/2 tan ¢ (Kpg sec2 ¢ -1)	Rugoso	Kpg especial	
Taylor (1948)	(Nq-1) tan $(\pi/4 + \phi'/2)$	Rugoso	Nq Prandtl	
Meyerhof (1953)	(Nqm-1) tan (1.4 ¢')	Rugoso	Nqm Meyerhof	
Jiménez-Salas (1954)	(Nq -1) tan (π/4 + φ'/2)	Rugoso	Nq Prandtl	
Feda (1960)	0.01 exp (\(\psi'/4\)		Empírica	
Brinch-Hansen (1961)	1.8 (Nq -1) tan φ'	Liso	Aprox. Numérica	
Caquot-Kérisel (1966)	1/2 cot (π/4 - φ´/2) ×	Liso	Kp Boussinesq	
	[Kp csc($\pi/4 - \phi'/2$) -1]			
De Mello (1969)	2.06 (Nq -1) tan φ´	Liso	Aprox. Estadística	
Vésic (1975)	'ésic (1975) 2 (Nq +1) tan ∳´		Aprox. Numérica	
González (1987)	2 (Nq -1) tan φ´	Liso	Analogía con qcrít	

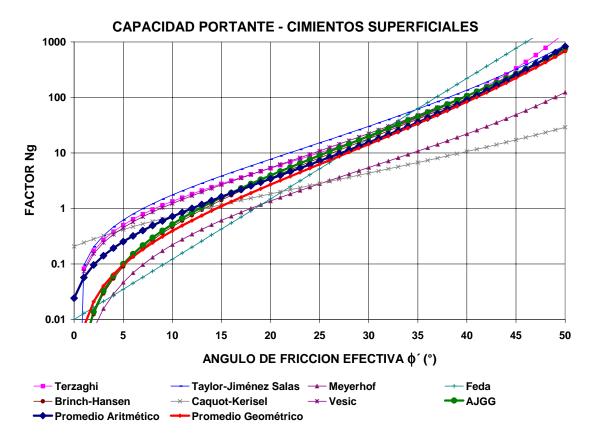


Figura 2 – Variación de Ng según Diferentes Autores

De todas estas expresiones se usará la adoptada por González (1987), la cual es muy similar a la de Brinch Hansen (1950) y De Mello (1969):

$$Ng = 2 (Nq - 1) tan \phi'$$
 (7)

D) En el caso particular de falla no drenada, en la cual $\varphi=\varphi_u=0^\circ$; $c=s_u$

1) Ngu = 1.0; 2) Ncu =
$$\pi$$
 + 2 = 5.1416; 3) Ngu = 0.0 (8)

Finalmente, la capacidad portante de un cimiento corrido viene dada entonces por:

$$q_{ult} = c'(Nq-1) \cot \phi' + q Nq + \gamma B (Nq-1) \tan \phi'$$
(9)

Es conveniente recordar, además, que todas estas expresiones sólo son válidas para:

- (a) Cimiento corrido (condición de deformación plana L $\rightarrow \infty$)
- (b) Carga centrada en B
- (c) Carga vertical
- (d) Base de cimiento horizontal
- (e) Terreno horizontal ilimitado
- (f) Sobrecarga vertical externa (q = γ Df) uniforme
- (g) Suelo incompresible
- (h) Suelo homogéneo
- (i) Suelo seco (γ) o saturado (γ)
- (j) Resistencia lineal de Mohr-Coulomb
- (k) Esfuerzos efectivos (salvo para $\phi_u = 0^\circ$)

Cuando no se cumple alguna de las condiciones de la (a) a la (g) se usan factores adicionales de corrección o ajuste (por ejemplo: Vésic,1975; Bowles,1988). En este artículo sólo se tratará el cambio de la condición (e) Terreno horizontal por Talud externo ilimitado.

2. SOLUCIONES DISPONIBLES PARA CAPACIDAD PORTANTE DE CIMIENTOS SUPERFICIALES EN LADERAS

Ya existen soluciones para el caso de taludes en laderas y, sin tratar ni mucho menos de ser exhaustivos, se presentan algunas de ellas, para un ángulo uniforme de talud β :

2.1 Soluciones Analíticas

A) Meyerhof (1957), en la solución en taludes, como en terreno plano, lleva la superficie de falla hasta la superficie del terreno y presenta los resultados en gráficos (Figura 3), en los cuales q_{ult} viene dada, para Df/B = 0 y 1, $Ns = Ns = \gamma H / c'$ y varios valores de ϕ' , como

$$q_{ult} = c' Ncq + \frac{1}{2} \gamma B Ngq$$
 (10)

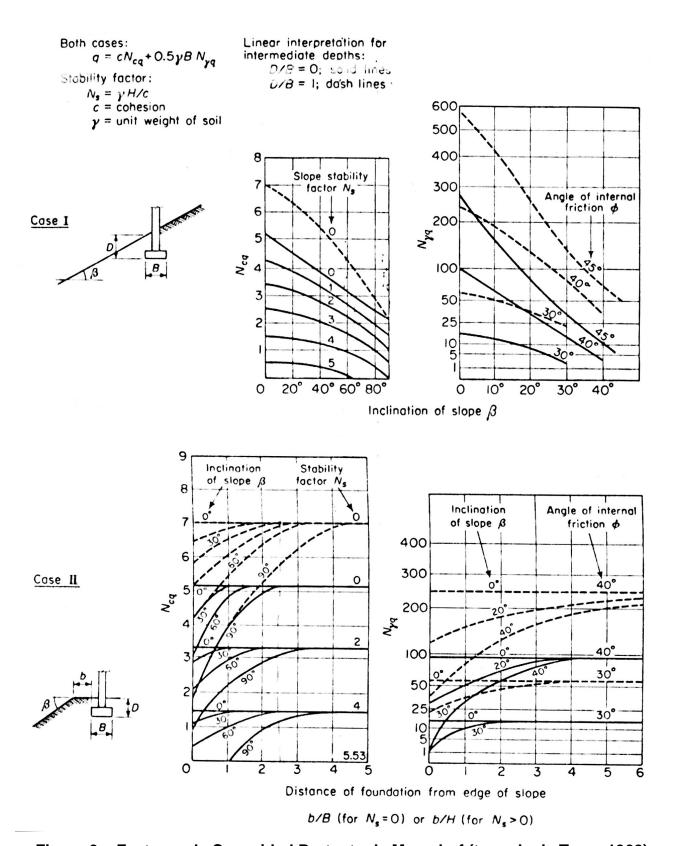


Figura 3 – Factores de Capacidad Portante de Meyerhof (tomada de Teng, 1962)

Por su parte Saran, Sud y Handa (1990), adoptan un cimiento rugoso y equilibrio límite (Figura 4) para obtener gráficos de los parámetros Nc, Nq y Ng en función de Df/B, ϕ y β , para $\beta \le \phi$ y $\beta \le 30^{\circ}$.

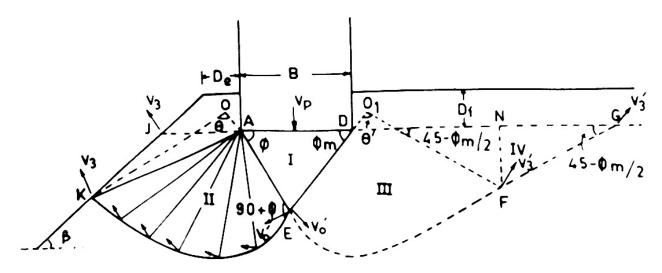


Figura 4 – Modelo de Análisis de Saran, Sud y Handa (1990)

2.2 Factores de Corrección

A) Hansen (1970) presenta los siguientes factores, para $\beta \leq \phi'$:

$$Tqh = Tgh = (1 - \tan \beta)^5$$
 (11)

Tch =
$$1 - 2\beta/(\pi + 2)$$
 (12)

B) Por su parte Vesic (1973) tiene los siguientes factores para $\beta \le \pi/4$ y $\beta \le \phi'$:

Tqv = Tgv =
$$(1 - \tan \beta)^2$$
 (para φ = φu = 0; Ng = -2 sen β) (13)

$$Tcv = 1 - 2\beta/(\pi + 2) = Tch$$
 (14) = (12)

B) Tomlinson (19 incluye los siguientes factores:

$$Tqt = Tgt = 1 - sen 2\beta$$
 (15)

$$Tct = \exp(-2\beta \tan \phi') \tag{16}$$

2.3 Programas

- A) Bowles (1988) presenta el Programa B-2 especialmente para este caso y ademas tiene tablas como ayudas de cálculo.
- B) También es posible emplear programas de estabilidad de taludes que admitan sobrecargas y en este artículo se empleará el conocido programa STABL de la Universidad de Purdue (Siegel, 1975), en su versión 5M.
- 3. SOLUCION SIMPLIFICADA PARA CAPACIDAD PORTANTE DE CIMIENTOS SUPERFICIALES EN LADERAS

3.1 Modelo de Análisis

El modelo de análisis se basa en la teoría de carga de una cuña bidimensional infinita de ángulo central 2δ, sin peso (Kezdi, 1975) –Figura 5, en la cual la falla consta de una cuña activa ABC, dos abanicos plásticos ACF y BCD y dos cuñas pasivas AFG y BDE.

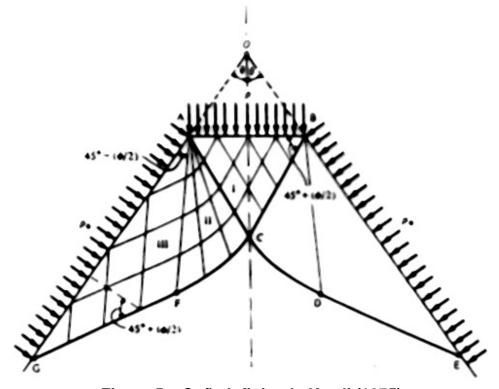


Figura 5 – Cuña Infinita de Kezdi (1975)

Dependiendo del ángulo δ , es posible conseguir toda la gama de fallas por carga vertical en la cuña7, desde la compresión simple hasta la falla en pilotes (Figura 6)

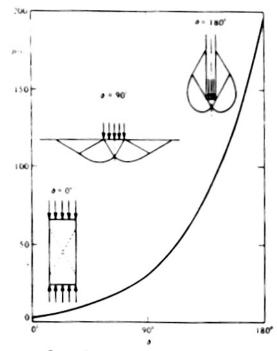


Figura 6- Variación de carga en la cuña con ángulo δ - Kezdi (1960)

Siguiendo esta teoría la carga de falla P (F/L2) viene dada por:

$$P = Po Kp exp (2 \delta tan \phi') + c cot \phi' (Kp exp (2 \delta tan \phi') -1)$$
 (17)

Para el cimiento horizontal (2 δ = 180° = π) esta expresión vale

$$P = Po Kp exp (\pi tan \phi') + c cot \phi' (Kp exp (\pi tan \phi') -1)$$
 (18)

3.2 Expresión para Capacidad Portante en Ladera

Reemplazando las ecuaciones de Nc (Ecuación 4) y Ng (Ecuación 6) por su valor se tiene

$$P = Po Nq + c Nc$$
 (19)

En la cual se observa inmediatamente que P = q_{ult} ; Po = q y para $0 < \delta < \pi/2$ se puede deducir que::

$$\beta = \pi/2 - \delta$$
 (20) Po = $\gamma 1$ Df cos $\beta = qL$ (21)

Y entonces reemplazando las ecuaciones (20) y (21) en la ecuación (19) se tiene

$$q_{ult} = qL \text{ Kp exp } [(\pi - 2\beta) \tan \phi'] + c \cot \phi' \text{ (Kp exp } [(\pi - 2\beta) \tan \phi'] - 1 \text{)}$$
 (23)

De donde se deducen los valores de los parámetros, ya hallados por Atkinson (1981):

$$NqL = Kp \exp \left[(\pi - 2\beta) \tan \phi' \right]$$
 (24)

$$NcL = \cot \phi' (Kp \exp [(\pi - 2\beta) \tan \phi'] - 1) = (NqL - 1) \cot \phi'$$
 (25)

Y por simple analogía con la ecuación (8), se adopta:

$$NgL = 2 (NqL - 1) \tan \phi'$$
 (26)

Entonces, la expresión para cimiento superficial en ladera queda como:

$$q_{ult}L = c'(NqL-1) \cot \phi' + qL NqL + \gamma B (NqL - 1) \tan \phi'$$
 (27)

Expresión totalmente análoga a la ecuación (9), la cual se convierte en el caso especial de la ecuación (27) para $\beta = 0$.

Al final del artículo se incluyen cuatro gráficos con valores de NqL, NcL y NgL para valores del ángulo de fricción $0 < \phi' < 50^{\circ}$ y del ángulo de talud $0 < \beta < 90^{\circ}$

3.3 Casos Especiales

- A) Como ya se dijo, para $\beta = 0$, $q_{ult}L = q_{ult}$ terreno plano
- B) Para $\beta = 90^{\circ} = \pi/2$, se tiene el ensayo de compresión y si se adopta qL = σ'_3 ; q_{ult}L = σ'_1 , y se desprecia el peso de la muestra ($\gamma = 0$), como usualmente se hace, se obtiene:

$$\sigma'_1 = 2c' Kp^{0.5} + \sigma'_3 Kp$$
 (28)

Expresión suficientemente conocida para el ensayo de compresión

C) Para $\phi = \phi_u = 0^\circ$, $c = s_u$

1)
$$NqL = 1$$
; 2) $NcL = (\pi - 2\beta) + 2$; 3) $NgL = 0$ (29)

D) En todos los casos se puede demostrar que la longitud de la cuña pasiva a lo largo del talud, Lp , es creciente con el ancho del cimiento B y con ϕ' , así:

$$Lp = B (NqL)^{0.5}$$
(30)

- 3.4 Algunas Ventajas
- A) Es un método analítico validado por varios autores (p.ej. Kezdi, 1975; Atkinson, 1981)
- B) No hay necesidad de usar factores de corrección por pendiente del terreno.
- C) Permite ángulos de talud β de 0° a 90°, como debe ser.
- D) Permite ángulos de talud $\beta > \phi$ " para c' $\neq 0$
- E) No hay necesidad de usar gráficos. Se puede programar o usar en una hoja de cálculo.
- F) Aunque es una simplificación, permite estimaciones acertadas.

3.5 Algunas Limitaciones

- A) Para c' = 0 se requiere que $\beta \le \phi$ ". Hay que recordar que para $\beta = \phi$ ", ya el factor de seguridad del talud es 1.0 y no resistiría una carga adicional.
- B) Se requiere una altura de talud mínima Hmín para que el mecanismo se desarrolle:

$$Hmin = Df + Lp sen \beta$$
 (31)

- C) Es conveniente verificar la estabilidad del talud sin cimiento antes de realizar el cálculo de capacidad portante. Lo mismo sucede con cualquier otro método.
- D) Tiene todas las limitacioines ya mencionadas atrás de cimiento corrido (deformación plana), carga vertical y centrada, base de cimiento horizontal, carga lateral (qL) uniforme, suelo incompresible, suelo homogéneo, suelo seco o saturado, resistencia de Mohr-Coulomb, etc. y no se ha comprobado que se puedan usar los mismos factores de corrección que para el caso de superficie plana. Sin embargo, por la forma en que muchos autores superponen estos factores en principio parece factible emplear los mismos factores. En especial es conveniente revisar, en un futuro, los factores de corrección de excentricidad e inclinación de la carga, cuando estos parámetros ocurren hacia el talud.
- E) En todos los casos de cimientos en ladera, el efecto del talud cesa teóricamente para distancias Xb del borde del cimiento a la cresta del talud:

$$Xb = B Nq^{0.5}$$
(31)

El cual oscila B (ϕ = 0)< Xb < 8B (ϕ = 40°), pero realmente el efecto es prácticamente insignificante para Xb > 4B.

F) No considera el caso sísmico, para el cual hay soluciones especiales (p. ej. Zeng y Steedman, 1998)

4. EJEMPLO

Se calcula por diferentes métodos el ejemplo de la Figura 7, para B = 1.5m y β variable

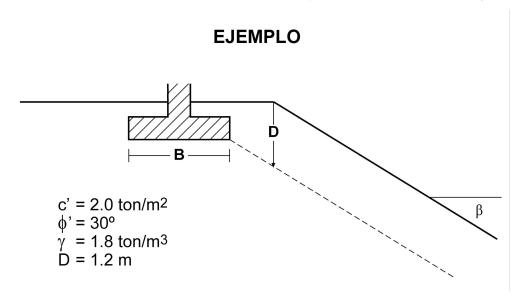


Figura 7 - Ejemplo de Cálculo

Se analizó este problema para B= 1.5m, Htalud = 5m, con Meyerhof, correcciones de Hansen, Vesic y Tomlinson, STABL5M y los factores propuestos (Tabla 2, Figura 8):

TABLA 2 – COMPARACION DE RESULTADOS – EJEMPLO	
VALORES DE quit (ton/m2)	

β (°)	Meyerhof I	Meyerhof II	Hansen	Vesic	Tomlinson	Stabl	Propuesto
15	54.380	29.104	67.915	89.252	77.312	142.000	91.668
30	28.125	17.613	48.832	58.996	41.176	75.800	64.274
45	- 0 -	- 0 -	41.863	41.863	24.339	36.700	43.645
60	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	17.550	28.492
75	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	8.230	17.634
90	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	- 0 -	10.046

En esta Tabla 2 y en la Figura 8 se aprecia lo siguiente:

- a) En todos los casos hay una reducción importante de la capacidad portante a medida que se incrementa el ángulo del talud.
- b) Con Meyerhof sólo se puede calcular hasta $\beta = 30^{\circ} = \phi$
- c) Con Hansen, Vesic y Tomlinson sólo se puede calcular hasta $\beta = 45^{\circ}$.
- d) Hay dificultades para trabajar con STABL para $\beta > 80^{\circ}$

e) Sólo con los factores propuestos es posible trabajar todos los ángulos de talud.

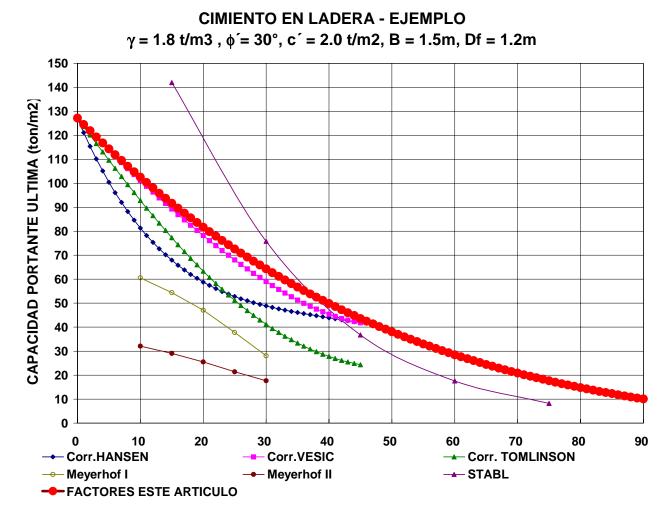


Figura 8 – Comparación de Valores de Capacidad Portante por Varios Métodos

- f) Los valores calculados por Meyerhof son los más conservadores.
- g) Los valores de STABL son los más altos para β < 40° y los más bajos para β > 50°, tal vez por la forma en que STABL considera la sobrecarga, sin ninguna disipación hasta la superficie de falla.
- h) Los valores de Hansen, Tomlinson y Vesic son inferiores a los propuestos, pero los de Vesic son muy cercanos a los propuestos.
- i) Los valores propuestos parecen ser suficientemente razonables como para usarlos en la práctica.

5. CONCLUSIONES

A) En cimientos superficiales en ladera hay una reducción muy importante de la capacidad portante, en principio y de forma lógica, porque hay menos volumen de suelo que pueda resistir el efecto de la sobrecarga (Figura 9)

CIMIENTOS EN LADERA SUPERFICIES DE FALLA

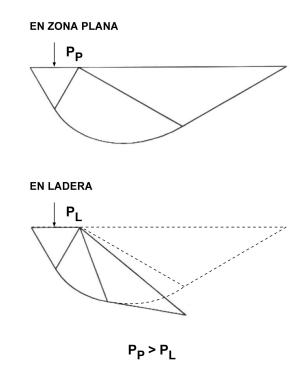


Figura 9 – Comparación de Superficies de Falla en Zona Plana y en Ladera

- B) Los factores presentados en este artículo sirven para hacer una evaluación simplificada de la capacidad portante de cimientos superficiales en ladera, con factores que facilitan los cálculos y permiten abarcar toda la gama de ángulos de talud.
- C) EN UN CIMIENTO EN LADERA ES INDISPENSABLE TENER EN CUENTA LA REDUCCION DE LA CAPACIDAD PORTANTE, PUES DE OTRO MODO SE LLEGA A DISEÑOS INSEGUROS.

REFERENCIAS

ATKINSON, J. H. (1981) - Foundations and Slopes- McGraw-Hill, London

BOWLES, J.E. (1988).- Foundation Analysis and Design.- 4rd. Ed. - 1004 pp.- McGraw-Hill

CAQUOT A., KERISEL J. (1966). Tratado de Mecánica de Suelos, Primera edición en castellano, Interciencia, Madrid, 1969.

DE MELLO, VF.B. Foundations of Buildings in Clay. State of the Art, Proc 7. ICSMFE – Vol.1- pp. 69, México, 1969.

DRUCKER, D.C.; **PRAGER, W (1952)** – *Soil Mechanics and Plastic Analysis of Limit Design* – Quarterly Journal od Applied Mathemathics Vol 10, pp 157-165.

FEDA, V. (1961)- Research on the Bearing Capacity of Loose Soil. 5 ICSMFE, Vol. 1: 635, París, 1961.

GONZALEZ, A.J. (1987).-Capacidad Portante Crítica en Cimientos Superficiales - Ingeniería e Investigación No. 14, pp. 3-9 - Fac. Ing. U.Nal, 1987- . también en III Simposio Colombiano de Geotecnia - SCG- Bogotá, 1978.

HANSEN, J.B. (1961)- A General Formula for Bearing Capacity.- Ingeniøren, International Edition, Vol. 5: 38-46, 1961

JIMENEZ SALAS, J.A. (1954) *Mecánica del Suelo*. Editorial Dosat, Madrid, 1954.

KEZDI, A. (1975) - Lateral Earth Pressure - en Foundation Engineering Handbook, 1st Ed. H.F.Winterkorn, H.Y.Fang- pp. 197-220- Van Nostrand-Reinhold, 1975

MEYERHOF, G.G. (1955) Influence of roughness of base and ground water condition on the ultimare bearing capacity of foundations. Geotechnique Vol. 5: 227-231, 1955.

MEYERHOF, G.G. (1957) – The Ultimate Bearing Capacity of Foundations on Slopes- Proc. 4th ICSMFE – London – Vol 1- pp. 384-386

MEYERHOF, G.G.(1963) Some recent research on the bearing capacity of foundations. Canadian Geotechnical Journal VI. N° 1: 16, 1963

SARAN, S; SUD, V.K.; HANDA, S.C. (1989).- Bearing Capacity of Footings Adjacent to Slopes - ASCE Hournal of Geotechnical Engineering- Vol 115. Bo. 4 – pp. 553-573.

SIEGEL, R.A. (1975).- Computer Analysis of General Slope Stability Problems (STABL1) .- Report JHRP-75-8, Purdue University, West Lafayette, Indiana.

TAYLOR, D.W. (1948) - Fundamentals of Soil Mechanics - John Wiley and Sons- 700pp-

TENG, W.C. (1962).- Foundation Design - 466p. -Prentice Hall-1962

TERZAGHI, K. (1943)- Theoretical Soil Mechanics- John Wiley and Sons- 610pp- 1973

TOMLINSON, M.J. (1995).- Foundatioin Design & Construction – 6th Ed- 536pp- Longman Scientific & Technical.

VESIC, A. (1975).- *Bearing Capacity of Shallow Foundations,* Capítulo 3 - Foundation Engineering Handbook, Winterkorn & Fang, 1st Ed.- pp 121-147 - Van Nostrand, N.Y

ZENG, X.; **STEEDMAN**, S. (1998). Bearing Caàcity Failure of Shallow Footings in Earthquakes- Geotechnique 48 No 2, pp. 235-256.

